

Φυσική Κατεύθυνσης

Επιλεγμένα θέματα για τους υποψήφιους μαθητές της Γ' τάξης Ενιαίου Λυκείου.

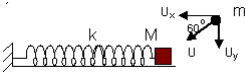
➤1ο ΘΕΜΑ:

Με κατάλληλο τρόπο δημιουργούμε στην επιφάνεια υγρού δύο πηγές κυμάτων O_1 και O_2 που βρίσκονται μεταξύ τους σε απόσταση $l=4\text{ m}$. Σε κάποια χρονική στιγμή που θεωρούμε σαν αρχή των χρόνων ($t=0$), οι πηγές αρχίζουν να κινούνται εκτελώντας Γραμμική Αρμονική Ταλάντωση με πλάτος $A_0=2\text{ cm}$ και συχνότητα $f=5\text{ Hz}$, παράγοντας κύματα που διαδίδονται στην επιφάνεια του υγρού με ταχύτητα $c=2\text{ m/sec}$. Σε σημείο Α της επιφάνειας του υγρού που βρίσκεται σε απόσταση $d_1=5\text{ m}$ από την O_1 και βρίσκεται πάνω στην κάθετο της O_1O_2 που διέρχεται από το O_2 , τοποθετείται φελλός.

α) Να προσδιορισθεί η θέση του σημείου Α.
β) Να γραφούν οι εξισώσεις που περιγράφουν τα κύματα που παράγουν οι πηγές O_1 και O_2 .
γ) Να βρεθεί η απομάκρυνση λόγω ταλάντωσης του φελλού την $t_1=1\text{ sec}$, $t_2=2\text{ sec}$, $t_3=3\text{ sec}$
δ) Να γίνει γραφική παράσταση της απομάκρυνσης y του φελλού με τον χρόνο t από $t=0$ μέχρι $t=3\text{ sec}$
ε) Το σημείο Α που βρίσκεται ο φελλός είναι σημείο ενίσχυσης, απόσβεσης ή τυχαίο σημείο;

➤2ο ΘΕΜΑ:

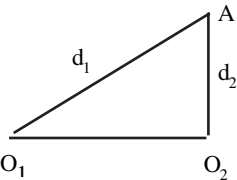
Σώμα μάζας $m=4\cdot 10^{-2}\text{ kg}$ είναι δεμένο στο ελεύθερο άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $K=36\text{ N/m}$ και ηρεμεί. Επιμηκύνουμε το ελατήριο κατά $0,2\text{ m}$ και το αφήνουμε ελεύθερο τη χρονική στιγμή $t=0$. Τη χρονική στιγμή $t=\frac{4\pi}{90}$ βλήμα μάζας σφηνώνεται στη μάζα M όπως φαίνεται στο σχήμα.



Αν μετά τη κρούση δεν υπάρχει αναπήδηση στον κατακόρυφο άξονα να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας του βλήματος ώστε το συσσωμάτωμα να εκτελεί ταλάντωση ίδιου πλάτους με τη μάζα M .

ΑΠΑΝΤΗΣΗ ΣΤΟ 1ο ΘΕΜΑ

(α)



$$d_2 = \sqrt{d_1^2 - (O_1O_2)^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} \Rightarrow d_2 = 3\text{ m}$$

β) Αφού οι πηγές είναι σύγχρονες παράγουν όμοια κύματα. Η εξίσωση του τρέχοντος κύματος που παράγει η κάθε πηγή είναι

$$y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \quad (1) \quad T = \frac{1}{f} = \frac{1}{5} = 0,2\text{ sec} \quad \text{και} \quad \text{Όμως}$$

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{2}{5} = 0,4\text{ m} \quad \text{Άρα από (1)} \quad y = 2 \cdot 10^{-2} \eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{0,2} - \frac{x}{0,4}\right)$$

$$y = 2 \cdot 10^{-2} \eta\mu 2\pi(5t - 2,5x) \quad \text{στο SI}$$

γ) Το κύμα από την πηγή O_1 θα φτάσει στο Α τη χρονική στιγμή

$$t_{o1} = \frac{d_1}{c} = \frac{5}{2} = 2,5\text{ sec} \quad \text{ενώ από την πηγή } O_2 \text{ την}$$

$$t_{o2} = \frac{d_2}{c} = \frac{3}{2} = 1,5\text{ sec}$$

Άρα από $t=0$ μέχρι $t_{o2}=1,5\text{ sec}$ ο φελλός δεν θα ταλαντώνεται γιατί κανένα κύμα δεν θα έχει φθάσει στο Α, δηλαδή $y=0$. Από $t_{o2}=1,5\text{ sec}$ μέχρι $t_{o1}=2,5\text{ sec}$ ο φελλός θα ταλαντώνεται με την επίδραση της ταλάντωσης που προκαλεί το κύμα που προέρχεται από την πηγή O_2 και θα ταλαντώνεται σύμφωνα με την εξίσωση:

$$y = y_2 = 2 \cdot 10^{-2} \eta\mu 2\pi (5t - 2,5 \cdot d_2) \Rightarrow$$

$$y = y_2 = 2 \cdot 10^{-2} \eta\mu 2\pi (5t - 7,5), \text{ με } 1,5 \leq t \leq 2,5 \text{ sec} \quad (2)$$

Από $t_{o1}=2,5\text{ sec}$ και μετά ο φελλός θα ταλαντώνεται με την επίδραση και των δύο κυμάτων που προέρχονται αντίστοιχα από τις πηγές O_1 και O_2 σύμφωνα με την εξίσωση της συνισταμένης ταλάντωσης:

$$y = \left| 2A \sin 2\pi \frac{d_1 - d_2}{2\lambda} \right| \eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d_1 + d_2}{2\lambda} \right) \Rightarrow$$

$$y = \left| 4 \cdot 10^{-2} \sin 2\pi \frac{5 - 3}{2 \cdot 0,4} \right| \eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{0,2} - \frac{5 + 3}{2 \cdot 0,4} \right) \Rightarrow$$

$$y = \left| 4 \cdot 10^{-2} \sin 5\pi \right| \eta\mu 2\pi (5t - 10) \Rightarrow$$

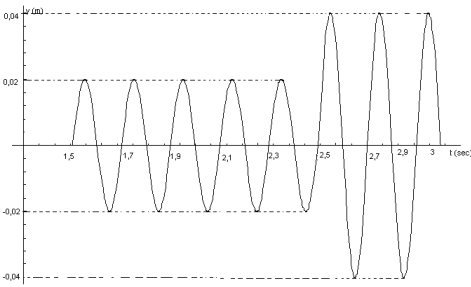
$$y = 4 \cdot 10^{-2} \eta\mu 2\pi (5t - 10) \text{ για } t \geq 2,5 \text{ sec} \quad (3)$$

Από την $t_1 = 1\text{ sec} < 1,5\text{ sec}$: $y = 0$

$1,5\text{ sec} < t_2 = 2\text{ sec} < 2,5\text{ sec}$: (2) $\Rightarrow y = 2 \cdot 10^{-2} \eta\mu 5\pi = 0$

$t_3 = 3\text{ sec} > 2,5\text{ sec}$: (3) $\Rightarrow y = 0$

δ) Σύμφωνα με τα συμπεράσματα του ερωτήματος (γ) η γραφική παράσταση θα είναι:



ε) Το πλάτος ταλάντωσης του Α μετά την συμβολή και των δύο κυμάτων θα είναι:

$$A' = \left| 2A \sin 2\pi \frac{d_1 - d_2}{2\lambda} \right| = \left| 2 \cdot 2 \cdot 10^{-2} \sin 2\pi \frac{5 - 3}{2 \cdot 1,4} \right| =$$

$$= \left| 4 \cdot 10^{-2} \cdot (-1) \right| = 4 \cdot 10^{-2} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m} \quad \text{Άρα το Α είναι σημείο ενίσχυσης}$$

ή $|d_1 - d_2| = 5 - 3 = 2\text{ m} = 5 \cdot 0,4\text{ m} = k\lambda$ Άρα πληρεί την συνθήκη των σημείων που ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος (σημείο ενίσχυσης)

ΑΠΑΝΤΗΣΗ ΣΤΟ 2ο ΘΕΜΑ

Βρίσκουμε την εξίσωση απομάκρυνσης για τη μάζα M . $x = A\eta\mu (\omega t + \phi_0)$ (1), $A = 0,2\text{ m}$,

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{M}} = 30 \text{ rad/s}$$

Εφόσον $t = 0$ έχω $X = +A$ η $\phi_0 = \pi/2$

$$\text{Από (1):} \quad x = 0,2 \eta\mu \left(30t + \frac{\pi}{2} \right) \quad \left(\text{για } t = \frac{4\pi}{90} \right) \quad x = -0,1\text{ m} \text{ και την τα-}$$

$$\text{χύτητα της την ίδια χρονική στιγμή} \quad u_v = u_{\max} \sin \left(30t + \frac{\pi}{2} \right)$$

$$t = \frac{4\pi}{90} \quad u_v = 3\sqrt{3} \text{ m/s} \quad \text{. Από ΑΔΕ ταλάντωσης αμέσως, μετά την κρούση βρίσκουμε την ταχύτητα } V \text{ του συσσωματώματος.}$$

$$E_{oA} = K + U \Rightarrow \frac{1}{2}KA^2 = \frac{1}{2}(M + m)V^2 + \frac{1}{2}KX^2 \Rightarrow V = \pm 2\sqrt{3} \text{ m/s}$$

Από ΑΔΟ στην κρούση κατά τον άξονα x υπολογίζουμε την U_x του βλήματος πριν την κρούση.

$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi} = \vec{P}_{\tau\epsilon\lambda} \Rightarrow M\vec{u}_M + m\vec{u}_x = (M + m)\vec{V} \quad (2)$$

$$\text{Αν } \vec{V} = 2\sqrt{3} \text{ m/s} \text{ από (2)} \Rightarrow \vec{u}_x = \frac{6\sqrt{3}}{5} \text{ m/s}$$

[Αππορίπτεται γιατί $\vec{u}_x < 0$].

$$\text{Αν } \vec{V} = 2\sqrt{3} \text{ m/s} \text{ από (2)} \Rightarrow \vec{u}_x = -6\sqrt{3} \text{ m/s} \quad [\text{Δέκτη λύση}]$$

οπότε τελικά από την ανάλυση της ταχύτητας στο βλήμα:

$$\sin 60^\circ = \frac{u_x}{u} \Rightarrow u = \frac{u_x}{\sin 60^\circ} \Rightarrow u = 12\sqrt{3} \text{ m/s}$$

Τα θέματα επιμελήθηκαν τα φροντιστήρια

Γ.ΧΑΣΙΑΚΗΣ
στον ΠΕΙΡΑΙΑ