ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
ΕΠΑΛ Α΄ΟΜΑΔΑΣ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1) Σχολ. Βιβλίο – σελ. 212
Κατηγορίες :
α) Τα άκρα διαστημάτων που αποτελούν το πεδίο ορισμού της συνάρτησης
β) Τα εσωτερικά σημεία του πεδίου ορισμού της f που μηδενίζουν την πρώτη παράγωγο. Τα σημεία αυτά ονομάζονται στάσιμα σημεία.
γ) Τα εσωτερικά σημεία του πεδίου ορισμού στα οποία δεν υπάρχει η παράγωγος της f. Τα σημεία αυτά ονομάζονται γωνιακά σημεία.

Α2) **α)** **Λ** **β)** **Σ** **γ)** **Λ** **δ)** **Λ** **ε)** **Σ**

Α3) **α)** $\int_{\alpha}^{\beta} \frac{1}{x} dx = [\ln x]_{\alpha}^{\beta} = \ln\beta - \ln\alpha$

β) $(c)' = 0$

γ) $\bar{x} = \frac{x_1\nu_1 + x_2\nu_2 + \ldots + x_\kappa\nu_\kappa}{\nu} = \frac{\sum_{i=1}^{\nu} x_i\nu_i}{\nu}$

ΘΕΜΑ Β

Β1. Ισχύουν :
$N_1 = \nu_1 = 20$, $\nu_2 = N_2 - N_1 = 34 - 20 = 14$, $N_3 = N_2 + \nu_3 = 34 + 12 = 46$,
$N_4 = \nu = 50$, $\nu_4 = N_4 - N_3 = 50 - 46 = 4$
Για τα κέντρα κλάσης ισχύουν :
$\kappa_1 = \frac{5+15}{2} = 10$, όμοια $\kappa_2 = 20$, $\kappa_3 = 30$, $\kappa_4 = 40$

Χρόνος σε λεπτά	κ_i	ν_i	N_i	$\kappa_i\nu_i$	$\kappa_i - \bar{x}$	$(\kappa_i - \bar{x})^2$	$(\kappa_i - \bar{x})^2\nu_i$
$[5-15)$	10	20	20	200	-10	100	2000
$[15-25)$	20	14	34	280	0	0	0
$[25-35)$	30	12	46	360	10	100	1200
$[35-45)$	40	4	50	160	20	400	1600
ΣΥΝΟΛΑ		$\nu = 50$		1000			4800

Β2.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{\nu} \kappa_i \nu_i}{\nu} = \frac{1000}{50} = 20$$

Β3.

$s^2 = \frac{1}{\nu}\sum\left(\kappa_i - \bar{x}\right)^2 \cdot \nu_i = \frac{4800}{50} = 96$. Τότε $s = \sqrt{s^2} = \sqrt{96} \simeq 10$

Β4.

$$CV = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2} = 0{,}5 = 50\%$$

ΘΕΜΑ Γ

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^3-8}{\lambda x - 2\lambda}, & \alpha\nu\ x > 2 \\ 4x + 4e^{x-2}, & \alpha\nu\ x \le 2 \end{cases}$$

Γ1.

$$\lim_{x\to 2^-} f(x) = \lim_{x\to 2^-}\left(4x + 4e^{x-2}\right) = 4\cdot 2 + 4e^{2-2} = 12$$

Γ2.

$$\lim_{x\to 2^+} = \lim_{x\to 2^+}\frac{x^3-8}{\lambda x - 2\lambda} = \lim_{x\to 2^+}\frac{(x-2)\left(x^2+2x+4\right)}{\lambda(x-2)} = \lim_{x\to 2^+}\frac{x^2+2x+4}{\lambda} = \frac{4+4+4}{\lambda} = \frac{12}{\lambda}$$

Γ3.

Για να είναι η f συνεχής στο $x_0 = 2$ πρέπει $\lim_{x\to 2^-} f(x) = \lim_{x\to 2^+} f(x) = f(2)$. Άρα

$$12 = \frac{12}{\lambda} \Leftrightarrow 12\lambda = 12 \Leftrightarrow \lambda = 1$$

Γ4.

Για $\lambda = 1$ η $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^3-8}{x-2}, & \alpha\nu\ x > 2 \\ 4x+4e^{x-2}, & \alpha\nu\ x \le 2 \end{cases}$, ή $f(x) = \begin{cases} x^2+2x+4, & \alpha\nu\ x > 2 \\ 4x+4e^{x-2}, & \alpha\nu\ x \le 2 \end{cases}$, τότε :

$$\int_1^2 f(x)dx = \int_1^2\left(4x+4e^{x-2}\right)dx = \int_1^2 4xdx + \int_1^2 4e^{x-2}dx = 4\left[\frac{x^2}{2}\right]_1^2 + 4\left[e^{x-2}\right]_1^2 =$$

$$= 4\left(\frac{2^2}{2} - \frac{1}{2}\right) + 4\left(e^{2-2} - e^{1-2}\right) = 10 - \frac{4}{e}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.

$$B(t) = -\frac{t^3}{3} + 2t^2 + 12t + 15 \qquad 0 \le t \le 10$$

$$B'(t)=\left(-\frac{t^3}{3}+2t^2+12t+15\right)'=-t^2+4t+12$$

Δ2.

$B'(t)=-t^2+4t+12$, τότε $B'(t)=0 \Leftrightarrow t_1=-2$ ή $t_2=6$

Η τιμή $t_1=-2$ απορρίπτεται διότι $0\le t\le 10$

	0	6	10
B΄	+	0	−
B	↗		↘

Για $t=6$ έτη το Βάρος Β γίνεται μέγιστο

Δ3.

Η συνάρτηση $B(t)$ είναι γνησίως φθίνουσα, για $6\le t\le 9$, τότε $B(6)\ge B(t)\ge B(9)$ ή $B(9)\le B(t)\le B(6)$

Δ4.

Ο ρυθμός μεταβολής του παγόβουνου δίνεται από τη σχέση $B'(t)=-t^2+4t+12$.

Κάνουμε μελέτη αυτής της συνάρτησης

$B''(t)=\left(-t^2+4t+12\right)'=-2t+4$ και $B''(t)=0 \Leftrightarrow t=2$

	0	2	10
$B''(t)$	+	0	−
$B'(t)$	↗		↘

Για $t=2$ έτη, ο ρυθμός μεταβολής του παγόβουνου γίνεται μέγιστος