

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Δ' ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ
ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Δ' ΤΑΞΗΣ
ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β')
ΤΕΤΑΡΤΗ 23 ΜΑΪΟΥ 2012
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ:
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΠΕΝΤΕ (5)

ΘΕΜΑ Α

A1. Αν η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$, τότε να αποδείξετε ότι $[cf(x)]' = cf'(x)$, $x \in \mathbb{R}$, όπου c σταθερός πραγματικός αριθμός.

Μονάδες 10

A2. Πώς ορίζεται ο συντελεστής μεταβολής ή συντελεστής μεταβλητότητας μιας μεταβλητής x , αν $\bar{x} > 0$ και πώς αν $\bar{x} < 0$;

Μονάδες 5

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Το κυκλικό διάγραμμα χρησιμοποιείται μόνο για τη γραφική παράσταση ποσοτικών δεδομένων (μονάδες 2).

β) Η παράγωγος της f στο x_0 εκφράζει το ρυθμό μεταβολής του $y=f(x)$ ως προς x , όταν $x=x_0$ (μονάδες 2).

γ) Αν $x > 0$, τότε $(\ln x)' = -\frac{1}{x}$ (μονάδες 2).

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Δ' ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ

δ) Το εύρος, η διακύμανση και η τυπική απόκλιση των τιμών μιας μεταβλητής είναι μέτρα διασποράς (μονάδες 2).

ε) $\lim_{x \rightarrow x_0} \eta \mu x = \eta \mu x_0, \quad x_0 \in \mathbb{R}$ (μονάδες 2).

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = x^2 + \alpha x + \beta \quad \text{με} \quad x \in \mathbb{R} \text{ και } \alpha, \beta \in \mathbb{R}.$$

B1. Να βρεθεί το α , ώστε η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f στο σημείο που η γραφική παράσταση τέμνει τον $y'y$, σχηματίζει με τον $x'x$ γωνία 45°

Μονάδες 8

B2. Αν $\alpha=1$ και $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) + \beta x}{x + 1} = 6$, να βρεθεί το β .

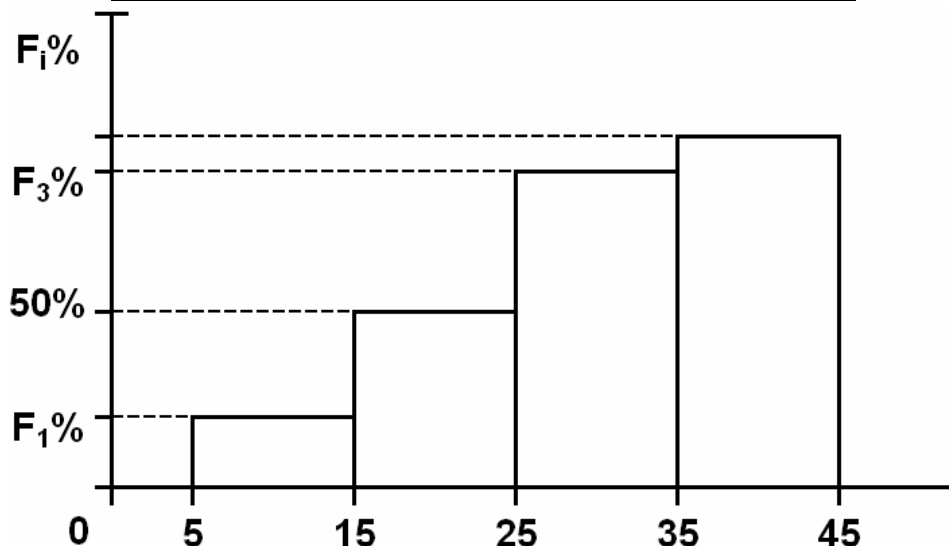
Μονάδες 9

B3. Αν $\alpha=1, \beta=7$ και $g(x)=f(x)-x^3$ με $x \in \mathbb{R}$, να μελετηθεί η g ως προς την μονοτονία.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Γ

Οι χρόνοι (σε λεπτά) που χρειάστηκαν οι μαθητές μιας τάξης για να λύσουν ένα μαθηματικό πρόβλημα ανήκουν στο διάστημα $[5,45)$ και έχουν ομαδοποιηθεί σε τέσσερις κλάσεις ίσου πλάτους. Τα δεδομένα των χρόνων εμφανίζονται στο παρακάτω ιστόγραμμα αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων επί τοις εκατό.



Γ1. Με βάση το παραπάνω ιστόγραμμα αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων επί τοις εκατό, να υπολογίσετε τη διάμεσο των χρόνων που χρειάστηκαν οι μαθητές.

Μονάδες 4

Γ2. Στον επόμενο πίνακα συχνοτήτων της κατανομής των χρόνων, να αποδείξετε ότι $\alpha=8$ (μονάδες 3) και να τον μεταφέρετε κατάλληλα συμπληρωμένο στο τετράδιό σας (μονάδες 5).

Χρόνοι (λεπτά)	x_i	v_i	$f_i\%$	N_i	$F_i\%$
$[5, \cdot)$		$\alpha+4$			
$[\cdot, \cdot)$		$3\alpha-6$			
$[\cdot, \cdot)$		$2\alpha+8$			
$[\cdot, 45)$		$\alpha-2$			
Σύνολο					

Μονάδες 8

Γ3. Να βρεθεί η μέση τιμή $\bar{x}$ και η τυπική απόκλιση s των χρόνων.
(Δίνεται ότι: $\sqrt{84} \approx 9,17$)

Μονάδες 8

Γ4. Να βρεθεί το ποσοστό των μαθητών που χρειάστηκαν για να λύσουν το μαθηματικό πρόβλημα τουλάχιστον 37 λεπτά.

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{2}{x^2 + 1}$, $x \in \mathbb{R}$

Δ1. Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία.

Μονάδες 5

Δ2. Αν $0 < \alpha < \beta < \gamma < 3$ να αποδείξετε ότι το εύρος των τιμών $f(0)$, $f(\alpha)$, $f(\beta)$, $f(\gamma)$, $f(3)$ είναι $R=1,8$

Μονάδες 5

Δ3. Να αποδείξετε ότι η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f στο σημείο $\Sigma(1, f(1))$ έχει εξίσωση $\varepsilon: y = -x + 2$ (μονάδες 2).

Θεωρούμε δέκα σημεία (x_i, y_i) , $i=1,2,\dots,10$ της ευθείας ε τέτοια, ώστε οι τετμημένες τους x_i να έχουν μέση τιμή $\bar{x}=10$ και τυπική απόκλιση $s_x=2$. Να βρείτε τη μέση τιμή $\bar{y}$ και την τυπική απόκλιση s_y των τεταγμένων y_i των δέκα σημείων που επιλέξαμε (μονάδες 6).

Μονάδες 8

Δ4. Έστω $M(x, f(x))$, $x > 0$ σημείο της γραφικής παράστασης της f . Η παράλληλη από το M προς τον άξονα $y'y$ τέμνει τον ημιάξονα Ox στο σημείο $K(x, 0)$ και η παράλληλη από το M προς τον άξονα $x'x$ τέμνει τον ημιάξονα Oy στο σημείο $\Lambda(0, f(x))$. Αν O είναι η αρχή των αξόνων να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του ορθογωνίου παραλληλόγραμμου $OKMA$ γίνεται μέγιστο, όταν αυτό γίνει τετράγωνο.

Μονάδες 7

ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζομένους)

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε** καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα.
4. Να γράψετε τις απαντήσεις σας **μόνο** με μπλε ή **μόνο** με μαύρο στυλό. Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μολύβι μόνο για σχέδια, διαγράμματα και πίνακες.
5. Να μη χρησιμοποιήσετε χαρτί μιλιμετρέ.
6. Κάθε απάντηση τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
7. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
8. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: 10.30 π.μ.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ