

ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ  
ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2010

# Φυσική Κατεύθυνσης

## ΘΕΜΑ

Σώμα μάζας 0,5Kg εκτελεί Γ.Α.Τ. στη διεύθυνση του άξονα  $x_{ox'}$ . Στη διάρκεια της πρώτης ταλάντωσης διατρέχει συνολικά  $S=20\text{cm}$  ενώ όταν περνά από τη θέση ισορροπίας του αποκτά ταχύτητα μέτρου  $10\pi\text{ cm/s}$ . Αν δίνεται ότι τη χρονική στιγμή  $t=0$  το σώμα βρίσκεται στη θέση όπου έχει κινητική ενέργεια ίση με τη δυναμική ενέργεια για πρώτη φορά με  $x > 0$  και  $v < 0$ , να βρεθούν:

1. το πλάτος της ταλάντωσης και οι συντεταγμένες των σημείων  $x_1, x_2$  μεταξύ των οποίων ταλαντώνεται το σώμα αν το κέντρο της ταλάντωσης έχει συντεταγμένη  $x=0$ .

2. ο χρόνος μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών της ταχύτητας.

3. η αρχική φάση της ταλάντωσης.

4. να γραφούν οι χρονικές εξισώσεις της απομάκρυνσης, της ταχύτητας και της επιτάχυνσης για την ταλάντωση.

5. να βρεθεί η χρονική στιγμή κατά την οποία το σώμα αποκτά μέγιστη ταχύτητα για πρώτη φορά μετά τη χρονική στιγμή  $t=0$ .

6. Να γίνει η γραφική παράσταση ταχύτητας-χρόνου.

7. να βρεθεί το έργο της συνισταμένης δύναμης της ταλάντωσης, όταν το σώμα εκτελεί δύο πλήρεις ταλαντώσεις θεωρώντας για αρχή των χρόνων τη χρονική στιγμή  $t=0$

## ΛΥΣΗ

1. Εφόσον στη διάρκεια μίας ταλάντωσης το σώμα διανύει συνολικά  $S=20\text{cm}$  το πλάτος θα είναι

$$A = \frac{S}{4} \Rightarrow A = 5\text{cm}$$

Επομένως οι συντεταγμένες των σημείων μεταξύ των οποίων ταλαντώνεται το σώμα θα είναι  $x_1 = -5\text{cm}$  και  $x_2 = +5\text{cm}$ .

2. Ο χρόνος μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών της ταχύτητας είναι  $\Delta t = \frac{T}{2}$  (1)

Όταν το σώμα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του αποκτά μέγιστη ταχύτητα  $u_0$  οπότε:

$$\left. \begin{aligned} u_0 &= 10\pi \text{ cm/s} \\ u_0 &= \omega \cdot A \end{aligned} \right\} \omega \cdot A = 10\pi \Rightarrow \omega = 2\pi \text{ rad/s}$$

$$\text{όμως } \omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 1\text{s}$$

Άρα (1)  $\Rightarrow \Delta t = 0,5\text{ s}$

3. Δίνεται από την εκφώνηση ότι σε  $t=0$ :  $U=K$  (2)  
Ισχύει  $E_{\text{ολ}} = K+U$  από (2) προκύπτει

$$E_{\text{ολ}} = 2U \Rightarrow \frac{1}{2} DA^2 = 2 \cdot \frac{1}{2} D x^2 \Rightarrow A^2 = 2x^2 \Rightarrow x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} A$$

$$\text{Εφόσον η } x \text{ είναι θετικό τότε } x = +\frac{\sqrt{2}}{2} A$$

Από την εξίσωση της απομάκρυνσης έχουμε  
 $x = A \eta\mu(\omega t + \phi_0)$

$$t = 0 \quad \left. \begin{aligned} & \\ & \end{aligned} \right\} +\frac{\sqrt{2}}{2} A = A \cdot \eta\mu \phi_0 \Rightarrow \eta\mu \phi_0 =$$

$$x = +\frac{\sqrt{2}}{2} A$$

$$= +\frac{\sqrt{2}}{2} = \eta\mu \frac{\pi}{4}$$

οπότε

$$\phi_0 = 2k\pi + \frac{\pi}{4}, \text{ με } k = 0 \quad \phi_0 = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$$

$$\text{ή} \\ \phi_0 = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{4}, \text{ με } k = 0 \quad \phi_0 = \frac{3\pi}{4} \text{ rad} \quad \text{με } 0 \leq \phi_0 \leq 2\pi$$

Επιλέγουμε την αρχική φάση από την εξίσωση της ταχύτητας

$$u = u_0 \sigma\upsilon\nu(\omega t + \phi_0) \rightarrow (t=0) \quad u = u_0 \sigma\upsilon\nu \frac{\pi}{4} > 0$$

ή

$$u = u_0 \sigma\upsilon\nu \frac{3\pi}{4} < 0$$

Επειδή το σώμα κινείται προς τα αρνητικά  $\phi_0 = \frac{3\pi}{4}$

4. Έξισωση απομάκρυνσης

$$y = A \eta\mu(\omega t + \phi_0)$$

$$\text{με } A = 5 \text{ cm}, \omega = 2\pi \text{ r/s} \quad \left. \begin{aligned} & \\ & \end{aligned} \right\} y = 5 \eta\mu(2\pi t + \frac{3\pi}{4}) \quad (y \rightarrow \text{cm})$$

$$\phi_0 = \frac{3\pi}{4} \text{ rad}$$

Εξίσωση ταχύτητας

$$\left. \begin{aligned} u &= u_0 \sigma\upsilon\nu(\omega t + \phi_0) \\ u_0 &= 10\pi \text{ cm/s} \end{aligned} \right\} u = 10\pi \sigma\upsilon\nu(2\pi t + \frac{3\pi}{4})$$

( $u \rightarrow \text{cm/s}$ )

Εξίσωση επιτάχυνσης

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= -\alpha_0 \eta\mu(\omega t + \phi_0) \\ \alpha_0 &= \omega^2 A = 20\pi^2 \text{ cm/s}^2 \end{aligned} \right\} \alpha = -20\pi^2 \eta\mu(2\pi t + \frac{3\pi}{4})$$

( $\alpha \rightarrow \text{cm/s}^2$ )

5. Επειδή τη χρονική στιγμή  $t = 0$  το σώμα βρίσκεται στη

θέση  $x = +\frac{\sqrt{2}}{2} A$  κινούμενο αρνητικά, για πρώτη φορά

η ταχύτητα γίνεται μέγιστη  $-10\pi$ . Άρα

$$-10\pi = 10\pi \sigma\upsilon\nu(2\pi t + \frac{3\pi}{4}) \Rightarrow$$

$$\sigma\upsilon\nu(2\pi t + \frac{3\pi}{4}) = -1 = \sigma\upsilon\nu\pi$$

οπότε

$$2\pi t_1 + \frac{3\pi}{4} = 2k\pi + \pi, \text{ με } k = 0 \quad 2\pi t_1 = \frac{\pi}{4} \rightarrow t_1 = \frac{1}{8} \text{ s}$$

ή

$$2\pi t_2 + \frac{3\pi}{4} = 2k\pi - \pi, \text{ με } k = 1 \quad 2\pi t_2 = \frac{\pi}{4} \rightarrow t_2 = \frac{1}{8} \text{ s}$$

Άρα έχουμε μέγιστη ταχύτητα για πρώτη φορά τη χρονική στιγμή  $1/8\text{ s}$

6.

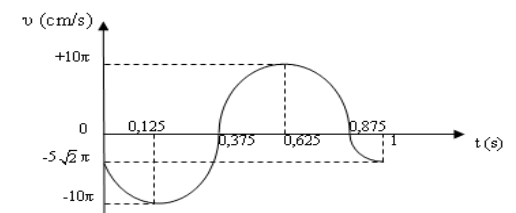
Βρίσκουμε την ταχύτητα του σώματος σε  $t = 0$ ,

$$u = 10\pi \sigma\upsilon\nu(2\pi t + \frac{3\pi}{4}), \text{ με } t = 0 \quad u = 10\pi \sigma\upsilon\nu \frac{3\pi}{4} \rightarrow$$

$$\rightarrow u = -5\sqrt{2}\pi \text{ cm/s}$$

Η ταχύτητα γίνεται αρνητικά μέγιστη σε χρόνο

$$t = \frac{1}{8} \text{ s} = 0,125\text{ s} \quad (\text{από 5}^\circ \text{ερωτήματα})$$



7. Για να βρούμε το έργο της συνισταμένης δύναμης εφαρμόζουμε Θ.Μ.Κ.Ε

$$K_{\text{ΤΕΛ}} - K_{\text{ΑΡΧ}} = W_{\Sigma F}$$

Σε χρόνο δύο ταλαντώσεων το υλικό σημείο επανέρχεται στη θέση που βρίσκεται τη χρονική στιγμή μηδέν έχοντας την ίδια ταχύτητα άρα  $K_{\text{ΤΕΛ}} = K_{\text{ΑΡΧ}}$

Οπότε  $W_{\Sigma F} = 0$

ΤΑ ΘΕΜΑΤΑ ΕΠΙΜΕΛΗΘΗΚΑΝ ΤΑ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ

**ΧΑΣΙΑΚΗΣ**  
ΣΤΟΝ ΠΕΙΡΑΙΑ