

**ΤΑΞΗ: Β΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**  
**ΜΑΘΗΜΑ: ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ / ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ**

**Ημερομηνία: Μ. Τετάρτη 8 Απριλίου 2015**  
**Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες**

**ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ**

**ΘΕΜΑ Α**

- A1.** Σχ. βιβλίο 9.2 θεώρημα IV.  
**A2.** Λ, Σ, Λ, Σ, Σ.

**ΘΕΜΑ Β**

**B1.** Αφού  $DE \parallel AG$  θα είναι  $\triangle DEB \approx \triangle BAG$  οπότε  $\frac{DE}{AG} = \frac{BE}{BG}$ .

**B2.** Αφού  $DZ \parallel AB$  θα είναι  $\triangle DZG \approx \triangle ABG$ ,  
 οπότε  $\frac{DZ}{AB} = \frac{DG}{BG} \Leftrightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{GD}{BG}$

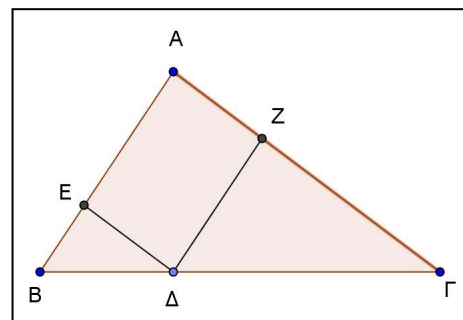
**B3.** Αν  $\frac{BA}{AG} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \frac{BA}{BA+AG} = \frac{2}{2+3} \Leftrightarrow \frac{BA}{BG} = \frac{2}{5}$

οπότε  $\frac{(BE\Delta)}{(BAG)} = \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{4}{25}$

Όμοια  $\frac{GD}{GB} = \frac{3}{5}$  οπότε  $\frac{(GDZ)}{(GBA)} = \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$ .

Άρα  $(AZDE) = (ABG) - (BE\Delta) - (GDZ) =$   
 $= (ABG) - \frac{4}{25}(ABG) - \frac{9}{25}(ABG) = \frac{12}{25}(ABG)$

δηλ.  $\frac{(AZDE)}{(ABG)} = \frac{12}{25}$ .



**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2015**  
**Β' ΦΑΣΗ**

**Ε\_3.Γλ2Γ(α)**

**ΘΕΜΑ Γ**

**Γ1.** Είναι  $(AB\Gamma) = \frac{1}{2} BA \cdot B\Gamma \eta\mu B \Leftrightarrow \frac{21\sqrt{3}}{4} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 7 \eta\mu B \Leftrightarrow$   
 $\Leftrightarrow \eta\mu B = \frac{21\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{2}{21} = \frac{\sqrt{3}}{2} = \eta\mu 60^\circ \quad \text{δηλ.} \quad B = 60^\circ.$

Τότε από το νόμο των συνημιτόνων για τη πλευρά ΑΓ έχουμε:

$$AG^2 = AB^2 + B\Gamma^2 - 2AB \cdot B\Gamma \cdot \sigma\upsilon\nu 60^\circ =$$

$$= 9 + 49 - 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot \frac{1}{2} = 37 \Rightarrow AG = \sqrt{37}.$$

Είναι  $B\Gamma^2 = 7^2 = 49$  και  $AB^2 + AG^2 = 9 + 37 = 46$

δηλ.  $B\Gamma^2 > AB^2 + AG^2 \Leftrightarrow \hat{A} > 90^\circ$

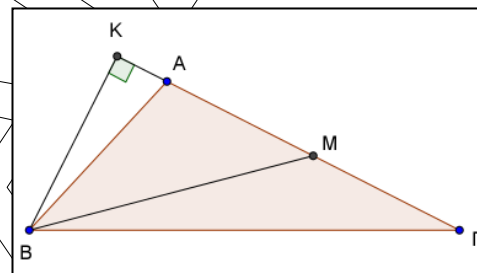
δηλ. το τρίγωνο ΑΒΓ είναι αμβλυγώνιο.

**Γ2.**  $BM^2 = \mu_\beta^2 = \frac{2\alpha^2 + 2\gamma^2 - \beta^2}{4} = \frac{2 \cdot 49 + 2 \cdot 9 - 37}{4} =$   
 $= \frac{98 + 18 - 37}{4} = \frac{79}{4} \Leftrightarrow BM = \frac{\sqrt{79}}{2}$

και από 2<sup>ο</sup> θεώρημα διαμέσων στο  $\triangle AB\Gamma$  θα έχουμε:

$$|\alpha^2 - \gamma^2| = 2 \cdot \beta \cdot MK \Leftrightarrow |49 - 9| = 2 \cdot \sqrt{37} MK$$

$$\Leftrightarrow MK = \frac{20}{\sqrt{37}} = \frac{20\sqrt{37}}{37}$$



**Γ3.** Από Γενικευμένο Πυθ.θεώρημα για αμβλεία γωνία αφού  $A > 90^\circ$  για την πλευρά ΒΓ έχουμε

$$B\Gamma^2 = AB^2 + AG^2 + 2AG \cdot AK \Leftrightarrow$$

$$49 = 9 + 37 + 2 \cdot \sqrt{37} \cdot AK \Leftrightarrow AK = \frac{49 - 9 - 37}{2\sqrt{37}} = \frac{3\sqrt{37}}{2 \cdot 37} = \frac{3\sqrt{37}}{74}.$$

**ΘΕΜΑ Δ**

**Δ1.** Είναι  $AO = OM = AM = R$  δηλ.  $\triangle AOM$  ισόπλευρο πλευράς R οπότε έχει περίμετρο

$$3R \text{ και } (AOM) = \frac{R^2 \sqrt{3}}{4}.$$

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2015**  
Β' ΦΑΣΗ

**Ε\_3.Γλ2Γ(α)**

**Δ2.** Οι χορδές AM, AN είναι πλευρές του κανονικού εξαγώνου που είναι εγγεγραμμένο στο κύκλο (O,R).

$$\text{Άρα } \widehat{MAN} = 2 \cdot 60^\circ = 120^\circ \text{ ή } \widehat{MAN} = \varphi_6 = 180^\circ - \frac{360^\circ}{6} = 120^\circ.$$

$$\text{δηλ. } (AMON) = \frac{120}{360} \pi R^2 = \frac{\pi R^2}{3} \text{ και}$$

$$\text{περίμετρος}_{AMON} = AM + AN + l_{MON} = R + R + \frac{120}{180} \pi \cdot R = 2R + \frac{2\pi R}{3}.$$

**Δ3.**  $E_{\Delta\Gamma\text{KOABN}} = E_{\text{κύκλου}} - 2(AMON) - 4(\tau) =$

$$= \pi R^2 - 2 \cdot \frac{\pi R^2}{3} - 4 \left[ (\widehat{OMA}) - (\widehat{OMA}) \right] = \frac{\pi R^2}{3} - 4 \left( \frac{60}{360} \pi R^2 - \frac{R^2 \sqrt{3}}{4} \right) =$$

$$\frac{\pi R^2}{3} - \frac{2\pi R^2}{3} + R^2 \sqrt{3} = R^2 \left( \sqrt{3} - \frac{\pi}{3} \right).$$

**Δ4.**  $AM = \lambda_6 = R, \quad AK = \lambda_3 = R\sqrt{3}, \quad MK = \lambda_6 = R$

Οπότε  $(AM\Delta K) = E_{\kappa} \text{ τμήματος } AK\Delta M - E_{\kappa} \text{ τμήματος } AZM =$

$$(\widehat{OAK}) - (\widehat{OAK}) - (\widehat{OMA}) + (\widehat{OMA}) =$$

$$= \frac{120}{360} \pi R^2 - \frac{1}{2} \lambda_3 \cdot \alpha_3 - \frac{60}{360} \pi R^2 + \frac{R^2 \sqrt{3}}{4} =$$

$$\frac{\pi R^2}{3} - \frac{1}{2} R \cdot R\sqrt{3} - \frac{\pi R^2}{6} + \frac{R^2 \sqrt{3}}{4} =$$

$$\frac{\pi R^2}{6} - \frac{R^2 \sqrt{3}}{4} + \frac{R^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{\pi R^2}{6} = (\widehat{OMA}).$$