

ΤΑΞΗ: 3^η ΤΑΞΗ ΕΠΑ.Λ. (Α΄ ΟΜΑΔΑ)
ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι/ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

Ημερομηνία: Κυριακή 3 Μαΐου 2015
Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Δώστε τον ορισμό της παράγουσας συνάρτησης.

(Μονάδες 5)

A2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Το εμβαδόν E του χωρίου που περικλείεται από τη γραφική παράσταση μιας συνεχούς συνάρτησης f , τον άξονα $x'x$ και τις ευθείες $x = \alpha$, $x = \beta$, δίνεται

$$\text{από τον τύπο } E = \int_{\alpha}^{\beta} |f(x)| dx.$$

2. Η μέση τιμή ενός δείγματος n παρατηρήσεων πρέπει να είναι πάντα ακέραιος αριθμός.

3. Στην έκφραση του ορίου $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell$, πρέπει οπωσδήποτε το x_0 να ανήκει στο πεδίο ορισμού της συνάρτησης f .

4. Η παραγωγή σύνθετων συναρτήσεων δίνεται από τον τύπο: $(f \circ g)'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$.

5. Αν όλες οι παρατηρήσεις μιας κατανομής είναι ίσες μεταξύ τους, τότε η τοπική απόκλιση της κατανομής είναι ίση με μηδέν.

(Μονάδες 10)

A3. Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες και φράσεις, αφού τις μεταφέρετε στο τετράδιό σας.

1. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell_1$ και $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = \ell_2$, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) - g(x)] = \dots$

2. Αν $x > 0$, τότε $(\ln x)' = \dots$

3. Αν $\alpha < \beta$ και $c = \text{πραγματικός αριθμός}$, τότε $\int_{\alpha}^{\beta} c dx = \dots$

4. Ο τύπος του συντελεστή μεταβλητότητας μιας κατανομής είναι $CV = \dots$

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2015
Β' ΦΑΣΗ

E_3.ΒΜΕΛ3Α(ε)

5. $\int_{\alpha}^{\beta} \frac{g'(x)}{g^2(x)} dx = \dots$

(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ Β

Ρωτήσαμε 40 μαθητές της Γ' τάξης ενός ΕΠΑ.Λ., για το πόσες ώρες ασχολούνται με τα μέσα κοινωνικής δικτύωσης στο διαδίκτυο την ημέρα, και τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα:

Αριθμός ωρών x_i	Σχετική Συχνότητα $f_i\%$
[0,2)	10
[2,4)	20
[4,6)	
[6,8)	20
[8,10)	35

B1. Να αποδείξετε ότι $f_3\% = 15$ και να βρείτε τις συχνότητες της κατανομής.

(Μονάδες 7)

B2. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή.

(Μονάδες 5)

B3. Να υπολογίσετε τη διακύμανση.

(Μονάδες 6)

B4. Αν προστεθούν στο δείγμα μας και άλλοι 60 μαθητές με μέση τιμή $\bar{x} = 8$, να υπολογίσετε τη συνολική μέση τιμή.

(Μονάδες 7)

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3-3\sqrt{x}}{2x^2-x-1}, & 1 < x \\ \kappa^2 - \kappa - \frac{1}{2}, & x = 1 \\ -\frac{1}{2}e^{x-1} + \ln(2-x), & 1 > x \end{cases} \quad \text{όπου } \kappa \text{ πραγματικός αριθμός.}$$

Γ1. Να βρεθεί το $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$.

(Μονάδες 3)

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2015
Β' ΦΑΣΗ

Ε_3.ΒΜΕΛ3Α(ε)

- Γ2. Να βρεθεί το $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$. **(Μονάδες 8)**
- Γ3. Να βρεθούν οι τιμές του πραγματικού αριθμού κ , αν γνωρίζετε ότι η f είναι συνεχής στο $x = 1$. **(Μονάδες 7)**
- Γ4. Να υπολογίσετε την τιμή $f'(-1)$. **(Μονάδες 7)**

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{\alpha \cdot e^x}{x^2 + 2}$, $x \in \mathbb{R}$

- Δ1. Να δείξετε ότι $\alpha = 1$, αν γνωρίζετε ότι η γραφική παράσταση της $f'(x)$ τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο με τεταγμένη $y = \frac{1}{2}$. **(Μονάδες 6)**
- Δ2. Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα για κάθε $x \in \mathbb{R}$. **(Μονάδες 5)**
- Δ3. Να συγκρίνετε τις τιμές της συνάρτησης $f(\pi)$ και $f(e)$. **(Μονάδες 4)**
- Δ4. Δίνεται η συνάρτηση $g(x) = (x-1)(x^2+2)f(x)$, $x \in \mathbb{R}$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται ανάμεσα στην g , τον άξονα $x'x$ και την ευθείες $x = 0$ και $x = 1$. **(Μονάδες 10)**