

ΤΑΞΗ: 3<sup>η</sup> ΤΑΞΗ ΕΠΑ.Λ.

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ / ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

Ημερομηνία: Σάββατο 12 Ιανουαρίου 2019

Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

## ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

## ΘΕΜΑ Α

A1. Πότε μια συνάρτηση λέγεται γνησίως αύξουσα και πότε γνησίως φθίνουσα σε ένα διάστημα  $\Delta$  του πεδίου ορισμού της;

Μονάδες 4

A2. Έστω  $f(x) = x^2$ . Να αποδείξετε ότι:  $f'(x) = (x^2)' = 2x$ .

Μονάδες 7

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Αν μια συνάρτηση έχει πεδίο ορισμού το  $(-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$ , τότε η συνάρτηση είναι ασυνεχής στο  $x = 1$ .
2. Η παράγωγος της συνάρτησης  $c \cdot f(x)$  είναι  $(c)' \cdot (f(x))'$ .
3. Ο συντελεστής διεύθυνσης της εφαπτομένης της καμπύλης της γραφικής παράστασης μιας συνεχούς συνάρτησης  $f$ , στο σημείο  $(x_0, f(x_0))$  αυτής, είναι η πρώτη παράγωγος της  $f$  στο  $x_0$ .
4. Η συνάρτηση είναι μια διαδικασία με την οποία οποιοδήποτε στοιχείο ενός συνόλου  $A$  αντιστοιχίζεται με οποιοδήποτε στοιχείο ενός συνόλου  $B$ .
5. Αν μια συνάρτηση διέρχεται από το σημείο  $A(5, -3)$  τότε ισχύει  $f(5) = -3$ .

Μονάδες 10

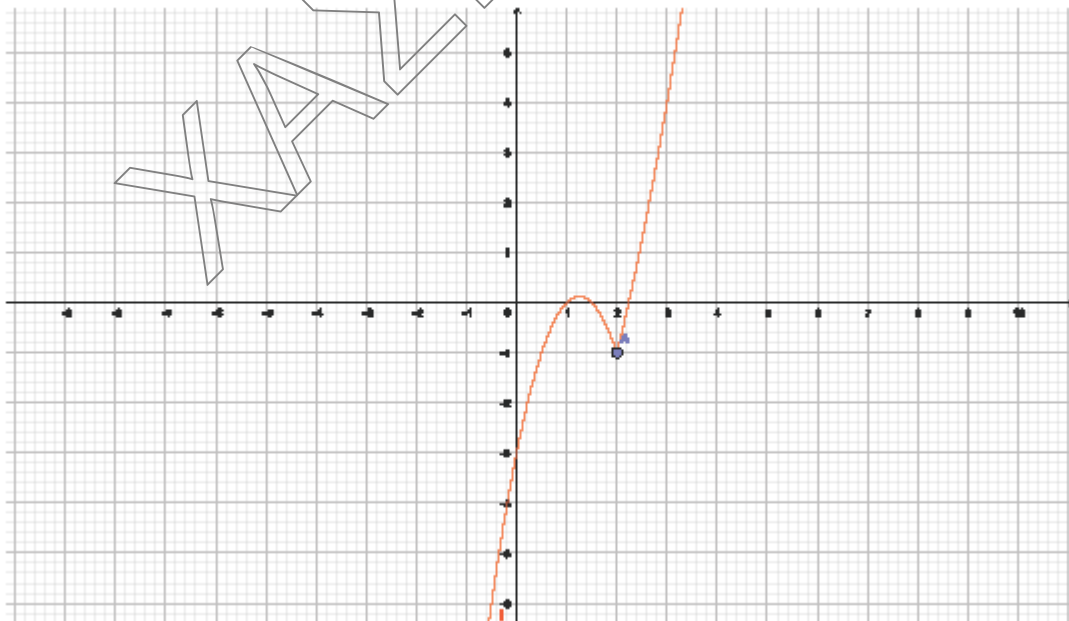
**A4.** Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες και φράσεις, αφού τις μεταφέρετε στο τετράδιό σας.

1. Αν  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell$ , τότε  $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x))^v = \dots$
2. Η παράγωγος της συνάρτησης  $f(x) = \eta\mu 2x$ , είναι  $(\eta\mu 2x)' = \dots$
3. Η παράγωγος της συνάρτησης  $f(x) \cdot g(x)$ , είναι:  $(f(x) \cdot g(x))' = \dots$
4. Μια συνάρτηση  $f$  με πεδίο ορισμού  $A$ , λέμε ότι παρουσιάζει Τοπικό Μέγιστο στο  $x_1 \in A$  όταν  $f(x) \leq f(x_1)$  για κάθε  $x$  σε μια περιοχή του  $x_1$ .

**Μονάδες 4**

**Θέμα Β**

**B1.** Από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$  του παρακάτω σχήματος, να υπολογίσετε τα όρια:



$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  και  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ .

Σε ποια από τα σημεία:  $x=0$ ,  $x=1$ ,  $x=2$  η συνάρτηση  $f$  δεν είναι συνεχής και γιατί.

**Μονάδες 10**

**B2.** Αν για τις παραγωγίσιμες συναρτήσεις  $f$  και  $g$  ισχύουν :

$$f(1) = 2, f'(1) = 3, g(1) = 4, g'(1) = -2, g(2) = 1, g'(2) = -2$$

Να υπολογίσετε τις παραγώγους των παρακάτω συναρτήσεων στο σημείο  $x=1$ .

$$f + g, f - g, f \cdot g, \frac{f}{g}$$

Αν επιπλέον  $h(x) = f(g(x))$  παραγωγίσιμη συνάρτηση, να βρείτε τον αριθμό  $h'(2)$ .

**Μονάδες 15**

### Θέμα Γ

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{x^2 - x}{\sqrt{-2x^2 - 4x + 6}}$ .

**Γ1.** Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της  $f$ .

**Μονάδες 7**

**Γ2.** Να υπολογιστεί το  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ .

**Μονάδες 12**

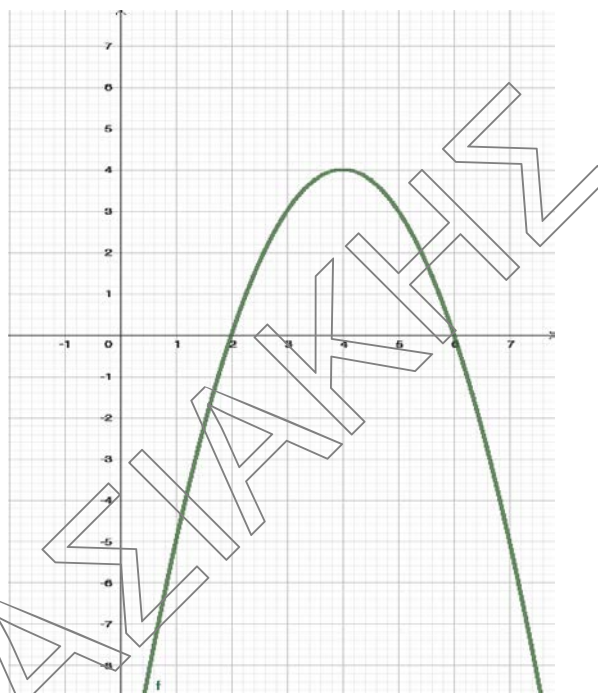
**Γ3.** Θεωρούμε μια συνάρτηση  $g(x) = \begin{cases} f(x), & x \in (-3, 1) \\ 0, & x = 1 \end{cases}$ .

Να εξετάσετε αν η  $f$  είναι συνεχής στο  $x_0 = 1$ .

**Μονάδες 6**

**Θέμα Δ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = -x^2 + ax - \beta$ , της οποίας η γραφική παράσταση τέμνει τους άξονες στα σημεία  $A(2,0)$  και  $B(6,0)$  όπως δίνεται στην παρακάτω γραφική απεικόνιση:



**Δ1.** Να δείξετε ότι  $a=8$  και  $\beta=12$ .

**Μονάδες 7**

**Δ2.** Να μελετήσετε την συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία στο πεδίο ορισμού της.

**Μονάδες 3**

**Δ2.** Αν  $f(x) = -x^2 + 8x - 12$  να βρείτε την εξίσωση εφαπτομένης της  $f$  στα σημεία  $A(2,0)$  και  $B(4,4)$ .

**Μονάδες 8**

**Δ3.** Να υπολογίσετε το  $\lim_{x \rightarrow 2} \left[ \frac{f(x)}{x-2} + \frac{(f'(x))^2 - 16}{x^2 - 4} \right]$ .

**Μονάδες 7**