

**ΤΑΞΗ:** 3<sup>η</sup> ΤΑΞΗ ΕΠΑ.Λ.

**ΜΑΘΗΜΑ:** ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ / ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

**Ημερομηνία:** Σάββατο 11 Μαΐου 2019

**Διάρκεια Εξέτασης:** 3 ώρες

**ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ**

**ΘΕΜΑ Α**

A1. Σχολικό σελ. 93

A2. Σχολικό σελ. 14

A3. (γ)

A4. α. Λ, β. Λ, γ. Λ, δ. Λ, ε. Σ.

**ΘΕΜΑ Β**

B1. Ρυθμός μεταβολής  $f'(x) = -x^2 + 3x + 4$ .

$$(f'(x))' = -2x + 3$$

$$(f'(x))' = 0 \Leftrightarrow -2x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$$

x	$-\infty$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$f''(x)$		0	
$f'(x)$			

O.E.

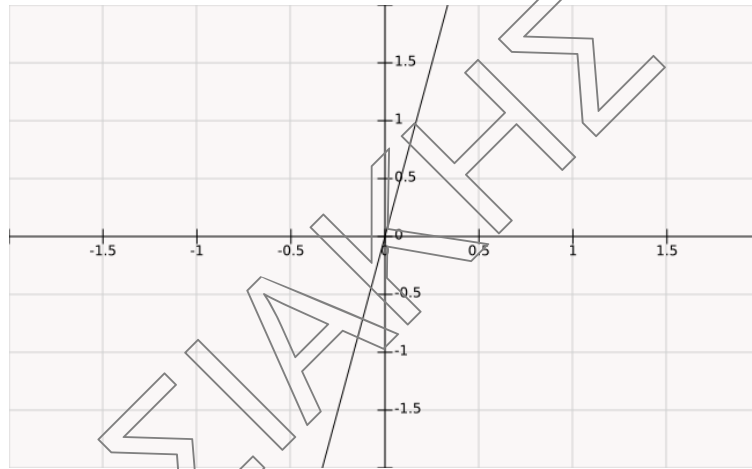
$$\text{O.E.: } f'\left(\frac{3}{2}\right) = -\left(\frac{3}{2}\right)^2 + 3 \cdot \frac{3}{2} + 4 = -\frac{9}{4} + \frac{9}{2} + 4 = \frac{25}{4}$$

**B2.**  $\lambda = f'(2) = -2^2 + 3 \cdot 2 + 4 = -4 + 6 + 4 \Leftrightarrow \lambda = 6$

$$y = f(2) = -\frac{1}{3} \cdot 2^3 + \frac{3}{2} \cdot 2^2 + 4 \cdot 2 + \frac{2}{3} = -\frac{8}{3} + 6 + 8 + \frac{2}{3} = -\frac{6}{3} + 14 = 12$$

$$y = \lambda x + \beta \Leftrightarrow 12 = 6 \cdot 2 + \beta \Leftrightarrow \beta = 0$$

Άρα η εξίσωση της εφαπτομένης είναι η :  $y = 6x$



**B3. (α)**  $g(x) = \frac{-x - \sqrt{2-x^2}}{-x^2 + 3x + 4}$  Θα πρέπει  $-x^2 + 3x + 4 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -1$  και  $x \neq 4$

Επίσης, θα πρέπει :  $2 - x^2 \geq 0 \Leftrightarrow x^2 \leq 2 \Leftrightarrow -\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}$

Άρα πεδίο ορισμού θα είναι το:  $[-\sqrt{2}, 1) \cup (1, \sqrt{2}]$

$$\begin{aligned} \text{(β)} \quad \lim_{x \rightarrow -1} g(x) &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{-x - \sqrt{2-x^2}}{-x^2 + 3x + 4} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(-x - \sqrt{2-x^2})(-x + \sqrt{2-x^2})}{-(x+1)(x-4)(-x + \sqrt{2-x^2})} = \\ &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(-x)^2 - (\sqrt{2-x^2})^2}{-(x+1)(x-4)(-x + \sqrt{2-x^2})} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 2 + x^2}{-(x+1)(x-4)(-x + \sqrt{2-x^2})} = \\ &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 - 2}{-(x+1)(x-4)(-x + \sqrt{2-x^2})} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2(x^2 - 1)}{-(x+1)(x-4)(-x + \sqrt{2-x^2})} = \\ &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2(x-1)(x+1)}{-(x+1)(x-4)(-x + \sqrt{2-x^2})} = \frac{2(-1-1)}{-(-1-4)(-(-1)+1)} = \frac{-4}{10} = -\frac{2}{5} \end{aligned}$$

**ΘΕΜΑ Γ**

**Γ1.**

Κλάσεις	Κέντρο κλάσης $x_i$
$[\alpha, \alpha+c=10)$ $[0, 10)$	5
$[\alpha+c, \alpha+2c)$ $[10, 20)$	15
$[\alpha+2c, \alpha+3c)$ $[20, 30)$	25
$[\alpha+3c, \alpha+4c)$ $[30, 40)$	<b>35</b>

Ισχύει:  $\alpha + c = 10$  και  $\frac{\alpha + 3c + \alpha + 4c}{2} = 35$

Από τις σχέσεις  $\alpha + c = 10$  και  $2\alpha + 7c = 70$  προκύπτει ότι:  
 $\alpha = 0$  και  $c = 10$

**Γ2.**

Κλάσεις	Κέντρο κλάσης $x_i$	$v_i$	$f_i$	$N_i$	$F_i$
$[0, 10)$	5	$\lambda = 10$	0,2	10	0,2
$[10, 20)$	15	$3\lambda - \lambda = 2\lambda = 20$	0,4	<b><math>3\lambda = 30</math></b>	0,6
$[20, 30)$	25	15	<b>0,3</b>	<b>45</b>	<b>0,9</b>
$[30, 40)$	35	5	0,1	50	1,0
Σύνολα		50	1,0		

$v = \frac{N_3}{F_3} = \frac{45}{0,9} = \frac{450}{9} = 50$       $v_4 = 50 - 45 = 5$       $v_3 = 0,3 \cdot 50 = 15$

$\lambda + 2\lambda + 15 + 5 = 50 \Leftrightarrow 3\lambda = 30 \Leftrightarrow \lambda = 10$

**Γ3.**

Κλάσεις	Κέντρο κλάσης $x_i$	$v_i$	$f_i$	$N_i$	$F_i$	$x_i v_i$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$v_i (x_i - \bar{x})^2$
$[0, 10)$	5	10	0,2	10	0,2	50	-13	169	1690
$[10, 20)$	15	20	0,4	30	0,6	300	-3	9	180
$[20, 30)$	25	15	0,3	45	0,9	375	7	49	735
$[30, 40)$	35	5	0,1	50	1,0	175	17	289	1445
Σύνολα		50	1,0			900			4050

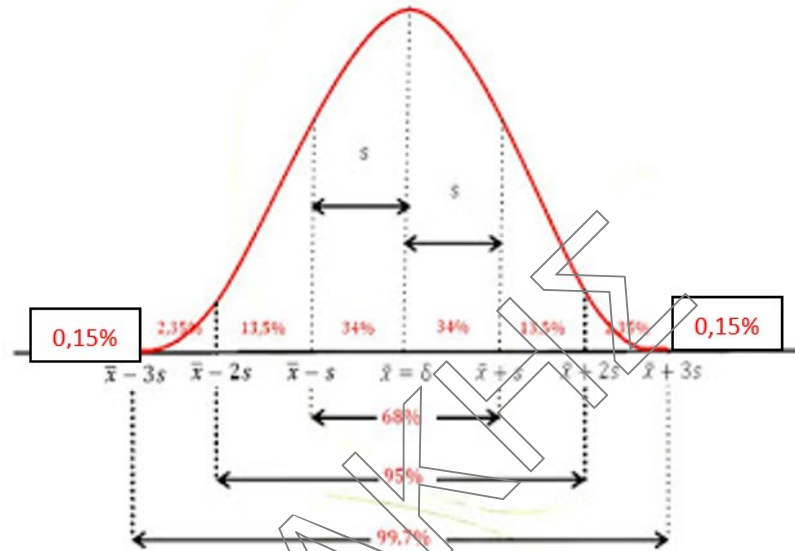
Εύρος:  $R = 40 - 0 = 40$      Μέση Τιμή:  $\bar{x} = \frac{900}{50} = 18$

Διακύμανση:  $s^2 = \frac{4050}{50} = 81$      Τυπ. Απόκλιση:  $s = \sqrt{s^2} = \sqrt{81} = 9$

Συντελεστής Μεταβλητότητας:  $CV = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{9}{18} = 0,5$  ή 50%

Άρα το δείγμα είναι ανομοιογενές, γιατί  $CV > 10\%$ .

Γ4.



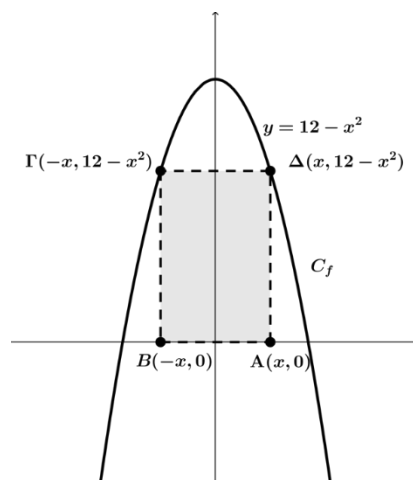
Το 50% (δηλαδή οι μισοί) δίνουν  $\bar{x} = 15$  μηνύματα

$\frac{10}{400} = \frac{5}{200} = 0,025$  ή 2,5% των ενηλίκων στέλνει το πολύ 11 μηνύματα,  
δηλαδή:

$$0,15\% \pm 2,35\% = 2,5\% \quad \bar{x} - 2s = 11 \Leftrightarrow 15 - 2s = 11 \Leftrightarrow 15 - 11 = 2s \Leftrightarrow s = 2$$

**ΘΕΜΑ Δ**

Δ1.



$$(AB\Gamma\Delta) = (AB)(A\Delta) = 2x \cdot (12 - x^2) = 24x - 2x^3.$$

$$\text{Πρέπει } 2x > 0, \quad 12 - x^2 > 0 \Leftrightarrow x \in (0, 2\sqrt{3})$$

Άρα  $E(x) = 24x - 2x^3$ ,  $x \in (0, 2\sqrt{3})$ .

Δ2.  $E'(x) = 24 - 6x^2$

x	0	2	$2\sqrt{3}$
E'	+	0	-
E		μέγιστο $E(2)=32$	

Για  $x = 2$ , το εμβαδόν γίνεται μέγιστο.

Δ3.  $E''(x) = -12x$

$\bar{x} = 2$ , άρα  $\bar{y} = -12\bar{x} = -24$

$s_x = 0,4$ , άρα  $s_y = |-12| \cdot s_x = 12 \cdot 0,4$

$CV_y = \frac{12 \cdot 0,4}{|-24|} = \frac{4,8}{24} = 20\%$  (3 μονάδες)

Αν προσθέσουμε μία τιμή  $\alpha$  σε κάθε  $y_i$ , για να έχουμε ομοιογενές δείγμα, θα πρέπει

$$\frac{s_y}{|\bar{y} + \alpha|} \leq 0,1 \Leftrightarrow \frac{4,8}{|-24 + \alpha|} \leq 0,1 \Leftrightarrow |\alpha - 24| \geq 48$$

$$\Leftrightarrow \alpha - 24 \geq 48 \text{ ή } \alpha - 24 \leq -48$$

$$\Leftrightarrow \alpha \geq 72 \text{ ή } \alpha \leq -24$$

Άρα  $\alpha = 72$ . (4 μονάδες)

Δ4. Το 32 είναι μέγιστο. Άρα  $E(x) \geq 32$ . Η ισότητα ισχύει μόνο για  $x = 2$ .

Θέτω  $u = 72x - 70$

$f(u) = 32 \Leftrightarrow u = 2$

Άρα  $72x - 70 = 2 \Leftrightarrow 72x = 72 \Leftrightarrow x = 1$ .