



## Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

### ΑΛΓΕΒΡΑ

#### ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

#### ΘΕΜΑ 1ο

- A.** Να γράψετε τον ορισμό της συνάρτησης από ένα σύνολο  $A$  σε ένα σύνολο  $B$ .  
(μονάδες 5)
- B.** Αν  $a, \beta \geq 0$ , να αποδείξετε ότι:  $\sqrt{a} \cdot \sqrt{\beta} = \sqrt{a \cdot \beta}$   
(μονάδες 10)
- Γ.** Να σημειώσετε ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές ( $\Sigma$ ) ή λανθασμένες ( $\Lambda$ ).
- α)** Για κάθε  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  ισχύει:  $|\alpha + \beta| = |\alpha| + |\beta|$ .
- β)** Η γραφική παράσταση μίας συνάρτησης  $f$  τέμνει κάθε κατακόρυφη ευθεία σε ένα το πολύ σημείο.
- γ)** Αν  $D, D_x, D_y$  οι οριζούσες ενός συστήματος δύο γραμμικών εξισώσεων με δύο αγνώστους, με  $D = D_x = D_y = 0$ , τότε το σύστημα έχει πάντα άπειρο πλήθος λύσεων.
- δ)** Αν στην εξίσωση  $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$ ,  $a \neq 0$ , ισχύει  $a \cdot \gamma < 0$  τότε η εξίσωση έχει δύο ρίζες άνισες.
- ε)** Αν  $\gamma \neq 0$ , τότε  $a > \beta \Leftrightarrow \alpha\gamma > \beta\gamma$ .  
(μονάδες 10)

#### ΘΕΜΑ 2ο

- Δίνεται το σύστημα 
$$\begin{cases} (\lambda + 2)x + 5y = 5 \\ x + (\lambda - 2)y = -5 \end{cases}$$
- α)** Να βρείτε τις τιμές των οριζουσών  $D, D_x, D_y$   
(μονάδες 6)
- β)** Να λύσετε το σύστημα για τις διάφορες τιμές του  $\lambda$ .  
(μονάδες 12)
- γ)** Αν  $(x_0, y_0)$  η μοναδική λύση του παραπάνω συστήματος, να βρείτε το  $\lambda$  ώστε  $\left| \frac{5}{x_0} - \frac{5}{y_0} \right| = 1$   
(μονάδες 7)

**ΘΕΜΑ 3ο**

Δίνεται η εξίσωση:  $x^2 + (1 - \lambda)x + 1 = 0$ , με  $\lambda \in \mathbb{R}$  η οποία έχει δύο ρίζες άνισες τις  $x_1$  και  $x_2$ .

- α) Να δείξετε ότι  $|1 - \lambda| > 2$  (μονάδες 7)
- β) Να υπολογίσετε τις τιμές του  $\lambda$ . (μονάδες 6)
- γ) Να εκφράσετε σαν συνάρτηση του  $\lambda$  τις τιμές των πιο κάτω παραστάσεων  
 $K = x_1 + x_2$ ,  $\Lambda = x_1 \cdot x_2$ ,  $M = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$  (μονάδες 6)
- δ) Να βρείτε το  $\lambda$  ώστε να ισχύει:  $\lambda x_1 x_2^2 + \lambda x_1^2 x_2 + 3x_1 + 3x_2 = 5$  (μονάδες 6)

**ΘΕΜΑ 4ο**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \begin{cases} 2ax - 5, & -5 \leq x < 2 \\ x + \beta, & 2 \leq x < 5 \end{cases}$   $a, \beta \in \mathbb{R}$

Για την οποία ισχύουν:  $f(-2) = f(4)$  και  $f(2) = f(-1)$

- α) Να δείξετε ότι  $a = -1$  και  $\beta = -5$ . (μονάδες 7)
- β) Να βρείτε το  $\lambda \in \mathbb{R}$  ώστε οι ευθείες  
 $(\varepsilon_1): y = (\lambda^4 + 2)x + f(1)$  και  
 $(\varepsilon_2): y = f(-3) + (13\lambda^2 - 34)x$ , να είναι παράλληλες (μονάδες 8)
- γ) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της  $f$  και στη συνέχεια να λύσετε την εξίσωση:  
 $f(x) = 1$  (μονάδες 10)