



## Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

## ΑΛΓΕΒΡΑ

## ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>

**A.** Αν η εξίσωση  $ax^2 + bx + \gamma = 0$ ,  $a, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$ ,  $a \neq 0$  έχει ρίζες τους πραγματικούς αριθμούς  $x_1, x_2$ , να αποδείξετε ότι:  $x_1 \cdot x_2 = \frac{\gamma}{a}$ .

Μονάδες 10

**B.** Πότε μία συνάρτηση  $f$  με πεδίο ορισμού ένα σύνολο  $A$ , λέγεται άρτια;

Μονάδες 5

**Γ.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιο σας δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη ΣΩΣΤΟ, αν η πρόταση είναι σωστή, ή ΛΑΘΟΣ, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

i) Για κάθε  $\rho > 0$  ισχύει  $|x| < \rho \Leftrightarrow -\rho < x < \rho$ .

ii) Αν  $\alpha \cdot \beta \geq 0$ , τότε πάντοτε ισχύει:  $\sqrt{\alpha \cdot \beta} = \sqrt{\alpha} \cdot \sqrt{\beta}$ .

iii) Αν  $\beta < \alpha$ , τότε:  $\sqrt{(\beta - \alpha)^2} = \alpha - \beta$ .

iv) Αν  $\alpha, \beta, \gamma$  είναι πραγματικοί αριθμοί και ισχύει  $\alpha \cdot \gamma = \beta \cdot \gamma$ , τότε:  $(\alpha = \beta \text{ ή } \gamma = 0)$ .

v) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$  με  $f(x) = \varphi(x-c)$ , όπου  $c > 0$ , προκύπτει από μια οριζόντια μετατόπιση της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $\varphi$  κατά  $c$  μονάδες προς τα αριστερά.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>

**α)** Να λύσετε την εξίσωση:  $x^2 - 4x + 3 = 0$ .

Μονάδες 5

**β)** Να λύσετε την ανίσωση:  $x^2 - 6x + 8 < 0$ .

Μονάδες 8

**γ)** Να λύσετε την ανίσωση:  $(x^{10} + 1)(x^2 - 6x + 8)(x^2 - 4x + 3) \geq 0$ .

Μονάδες 12

Οροι και προϋποθέσεις χρήσης επαναληπτικών θεμάτων

Όλα τα επαναληπτικά θέματα είναι αποκλειστικά πνευματική ιδιοκτησία της ΟΕΦΕ, βάσει του νόμου 2121/1993 και της Διεθνούς Σύμβασης της Βέρνης (που έχει κυρωθεί με το νόμο 100/1975) η οποία και μόνο θα καθορίζει ρητά και συγκεκριμένα κάθε φορά τον **τρόπο, τον χρόνο και τον τόπο** της δημοσίευσής τους.

Απαγορεύεται και διόκεται ποινικά και αστικά η χρήση, η δημοσίευση, η αναδημοσίευση, η αναπαραγωγή, ολική, μερική ή περιληπτική, ή η απόδοση κατά παράφραση ή διασκευή του περιεχομένου τους, με οποιονδήποτε τρόπο, μηχανικό, ηλεκτρονικό, φωτοτυπικό, ηχογράφησης ή άλλο, χωρίς προηγούμενη γραπτή άδεια της ΟΕΦΕ. Κατ' εξαίρεση στο διαδίκτυο και στα λοιπά ΜΜΕ επιτρέπεται να χρησιμοποιηθεί-αναρτηθεί το υλικό των Επαναληπτικών θεμάτων με τις λύσεις τους ΜΟΝΟ μετά την ανάρτησή τους από την ΟΕΦΕ στο επίσημο ιστολόγιό της, με σκοπό τη μελέτη, την ανάλυση ή την πραγματοποίηση διδασκαλίας από τον επισκέπτη, υπό την προϋπόθεση ότι τα στοιχεία που θα αντληθούν δε θα αλλοιωθούν ούτε θα χρησιμοποιηθούν παραπλανητικά, ενώ υφίσταται και η υποχρέωση, σε περίπτωση οποιασδήποτε χρήσης, να αναφέρεται ο δικαιούχος των πνευματικών δικαιωμάτων του υλικού.

**ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>**

Η εξίσωση  $x^2 - \lambda x + 3\lambda = 0$ , όπου  $\lambda \in \mathbb{R}$ , έχει δύο άνισες πραγματικές ρίζες  $x_1, x_2$ .

α) Να αποδείξετε ότι  $\lambda < 0$  ή  $\lambda > 12$ .

**Μονάδες 8**

β) Για  $\lambda = -4$ :

i) Να αποδείξετε ότι οι ρίζες  $x_1, x_2$  της εξίσωσης είναι ετερόσημες.

**Μονάδες 4**

ii) Αν  $x_2$  είναι η αρνητική ρίζα της εξίσωσης, να λύσετε την ανίσωση  $|x + 2011| \leq x_2$ .

**Μονάδες 6**

iii) Αν  $x_1$  είναι η θετική ρίζα της εξίσωσης, να δείξετε ότι  $\sqrt[3]{x_1} \sqrt{x_1} = \sqrt{2}$ .

**Μονάδες 7**

**ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \left(|\lambda| - \frac{1}{2}\right)x + 3$ , όπου  $\lambda, x$  πραγματικοί αριθμοί, της οποίας

η γραφική παράσταση είναι η ευθεία με εξίσωση  $y = \left(|\lambda| - \frac{1}{2}\right)x + 3$ .

α) Να βρείτε τις τιμές του πραγματικού  $\lambda$  έτσι ώστε η ευθεία με εξίσωση  $y = \left(|\lambda| - \frac{1}{2}\right)x + 3$  να σχηματίζει με τον άξονα  $x'x$  γωνία  $45^\circ$ .

**Μονάδες 8**

β) Για  $\lambda = \frac{3}{2}$ :

i) Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της  $f$  με τους άξονες  $x'x, y'y$  και να τη σχεδιάσετε.

**Μονάδες 8**

ii) Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση  $f$  είναι γνησίως αύξουσα.

**Μονάδες 5**

iii) Να αποδείξετε ότι για κάθε πραγματικό αριθμό ισχύει,  $f(a^2) > f(-1)$ .

**Μονάδες 4**

**Σας ευχόμαστε επιτυχία****Οροι και προϋποθέσεις χρήσης επαναληπτικών θεμάτων**

Όλα τα επαναληπτικά θέματα είναι αποκλειστικά πνευματική ιδιοκτησία της ΟΕΦΕ, βάσει του νόμου 2121/1993 και της Διεθνούς Σύμβασης της Βέρνης (που έχει κυρωθεί με το νόμο 100/1975) η οποία και μόνο θα καθορίζει ρητά και συγκεκριμένα κάθε φορά τον **τρόπο, τον χρόνο και τον τόπο** της δημοσίευσής τους.

**Απαγορεύεται και διώκεται ποινικά και αστικά** η χρήση, η δημοσίευση, η αναδημοσίευση, η αναπαραγωγή, ολική, μερική ή περιληπτική, ή η απόδοση κατά παράφραση ή διασκευή του περιεχομένου τους, με οποιονδήποτε τρόπο, μηχανικό, ηλεκτρονικό, φωτοτυπικό, ηχογράφησης ή άλλο, χωρίς προηγούμενη γραπτή άδεια της ΟΕΦΕ. Κατ' εξαίρεση στο διαδίκτυο και στα λοιπά ΜΜΕ επιτρέπεται να χρησιμοποιηθεί-αναρτηθεί το υλικό των Επαναληπτικών θεμάτων με τις λύσεις τους ΜΟΝΟ μετά την ανάρτησή τους από την ΟΕΦΕ στο επίσημο ιστολόγιό της, με σκοπό τη μελέτη, την ανάλυση ή την πραγματοποίηση διδασκαλίας από τον επισκέπτη, υπό την προϋπόθεση ότι τα στοιχεία που θα αντληθούν δε θα αλλοιωθούν ούτε θα χρησιμοποιηθούν παραπλανητικά, ενώ υφίσταται και η υποχρέωση, σε περίπτωση οποιασδήποτε χρήσης, να αναφέρεται ο δικαιούχος των πνευματικών δικαιωμάτων του υλικού.