


Β' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΓΕΝΙΚΗ ΠΑΙΔΕΙΑ
ΑΛΓΕΒΡΑ
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ
ΘΕΜΑ 1^ο

Ενδεικτικές Λύσεις

 Α. α. Α -3 Β -1 Γ -6 Δ -4
 β. Σχολικό βιβλίο Σελ.103

 Β. α. i) β
 ii) β

 β. α - Σ
 β - Σ
 γ - Σ
 δ - Λ
 ε - Λ

ΘΕΜΑ 2^ο

Ενδεικτικές Λύσεις

Α. α) Πρέπει

$$\left. \begin{array}{l} P(-2) = 0 \\ P(-1) = -16 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} 4\alpha - 2\beta = 36 \\ \alpha - \beta = 6 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \alpha = 12 \\ \beta = 6 \end{array} \right. \quad \text{Άρα } P(x) = 2x^3 + 12x^2 + 6x - 20$$

 β) Αφού $P(-2) = 0$ άρα -2 ρίζα του $P(x)$. Με Horner έχουμε

$$2(x+2)(x^2 + 4x - 5) = 0 \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x+2=0 \\ \text{ή} \\ x+4x-5=0 \end{array} \right. \Leftrightarrow x = -2 \quad \text{ή} \quad x = 1 \quad \text{ή} \quad x = -5$$

γ) $2(x+2)(x^2+4x-5) > 0$ με ρίζες -5, -2, 1

x	$-\infty$	-5	-2	1	$+\infty$
x+2	-	-	○	+	+
x^2+4x-5	+	○	-	○	+
$2(x+2)(x^2+4x-5)$	-	○	+	○	+

Άρα $x \in (-5, -2) \cup (1, +\infty)$

ΘΕΜΑ 3^ο

α. $\varepsilon\phi\chi = -\sqrt{3} \Leftrightarrow \chi = \kappa\pi - \frac{\pi}{3}, \kappa \in \mathbb{Z}$

β. i)

$x_{\kappa+1} - x_{\kappa} = \dots = \pi$

$\kappa=1 \quad \pi - \frac{\pi}{3}$

$\kappa=2 \quad 2\pi - \frac{\pi}{3}$

$\kappa=3 \quad 3\pi - \frac{\pi}{3}$

Αποτελούν διαδοχικούς όρους

αριθμητικής προόδου με $a_1 = \pi - \frac{\pi}{3}, \omega = \pi$

ii). Με τύπους αριθμητικής προόδου

$a_v = a_1 + (v-1)\omega$ με $a_1 = \frac{2\pi}{3}$ και $\omega = \pi$

$a_v = \frac{2\pi}{3} + (v-1)\pi$

ή

$\kappa\pi - \frac{\pi}{3} = \frac{6017\pi}{3}$

$\frac{(3\kappa - 1)\pi}{3} = \frac{6017\pi}{3}$

$a_v = \frac{(3v-1)\pi}{3} = \frac{6017\pi}{3} \Leftrightarrow \boxed{v = 2006}$

$3\kappa - 1 = 6017\pi$
 $\boxed{\kappa = 2006}$

iii) $X_1 + X_2 + \dots + X_{30} = S_{30} = \dots = 455\pi$

ΘΕΜΑ 4^ο

α. Η εξίσωση είναι ισοδύναμη

$$\ln(2 - \eta\mu x) = \ln 3 + \ln(\sigma\upsilon\nu 2x) \Leftrightarrow$$

$$\ln(2 - \eta\mu x) = \ln(3\sigma\upsilon\nu 2x) \Leftrightarrow 2 - \eta\mu x = 3(1 - \eta\mu^2 x) \Leftrightarrow 6\eta\mu^2 x - \eta\mu x - 1 = 0 \Leftrightarrow \eta\mu x = \frac{1}{2}$$

$$\text{επειδή } x \in \left(0, \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\ln a + \ln a^2 + \dots + \ln a^{100} = 5050$$

β. $\ln a(1 + 2 + \dots + 100) = 5050$

Επειδή $1 + 2 + \dots + 100 = 5050$

$$\ln a = 1 \Leftrightarrow a = e$$

γ. $f(a), f(\beta), f(\gamma) \longrightarrow$ διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου δηλ για τους $\ln a, \ln \beta, \ln \gamma$ ισχύει

$$2\ln \beta = \ln a + \ln \gamma \Leftrightarrow \beta^2 = a\gamma \rightarrow \text{δηλ } a, \beta, \gamma \rightarrow \text{διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου}$$

δ. $\ln x \sqrt{\ln x} + \ln x - 12 > 0$ Περιορισμός $x \geq 1$ θέτουμε $\sqrt{\ln x} = y$ άρα

$$y^3 + y^2 - 12 > 0 \stackrel{\text{Horner}}{\Leftrightarrow} (y - 2)(y^2 + 3y + 6) > 0 \Leftrightarrow y > 2 \Leftrightarrow \sqrt{\ln x} > 2 \Leftrightarrow \ln x > 4 \Leftrightarrow x > e^4$$

$\Delta < 0$
Πάντα +