



## Β' ΛΥΚΕΙΟΥ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

### ΑΛΓΕΒΡΑ

#### ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

#### ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>

**A.1.** Να αποδείξετε ότι ένα πολυώνυμο  $P(x)$  έχει παράγοντα το  $x-\rho$  αν και μόνο αν, το  $\rho$  είναι ρίζα του  $P(x)$ , δηλαδή αν και μόνο αν  $P(\rho) = 0$ .

**9 ΜΟΡΙΑ**

**A.2.** Πότε ένα πολυώνυμο λέγεται μηδενικό πολυώνυμο; Πότε ένα πολυώνυμο λέγεται πολυώνυμο μηδενικού βαθμού;

**3 ΜΟΡΙΑ**

**B.1.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας την ένδειξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

**α.** Το άθροισμα των  $n$  πρώτων όρων μιας γεωμετρικής προόδου  $a_n$  με πρώτο όρο  $a_1$  και λόγο  $\lambda \neq 1$  δίνεται από τον τύπο  $\Sigma_n = \frac{a_1(\lambda^n - 1)}{\lambda - 1}$

**β.** Ο σταθερός όρος του πολυωνύμου  $P(x) = (x^2 - 1)^{2009} + 2007x + 2009$  είναι 2009.

**γ.** Η παράσταση  $A = e^{\ln 10} + 10^{\log e}$  είναι ίση με  $10+e$ .

**δ.** Αν  $\sin(\alpha+\beta) \neq 0$ ,  $\sin\alpha \neq 0$  και  $\sin\beta \neq 0$  τότε ισχύει  $\operatorname{ef}(\alpha-\beta) = \frac{\operatorname{εφα}+\operatorname{εφβ}}{1-\operatorname{εφα}\cdot\operatorname{εφβ}}$ .

**ε.** Αν η διαίρεση ενός πολυωνύμου  $P(x)$  4<sup>ου</sup> βαθμού δια του  $x^2+1$  δεν είναι τέλεια τότε το υπόλοιπο είναι πολυώνυμο το πολύ 1<sup>ου</sup> βαθμού.

**5 ΜΟΡΙΑ**

**B.2.** Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Αν το πολυώνυμο  $P(x) = x^{2009} + 3\lambda x - 4$ , όπου  $\lambda$  πραγματικός αριθμός, έχει παράγοντα το  $x - 1$ , τότε το  $\lambda$  είναι:

**A:** -2

**B:** 2

**Γ:** 1

**Δ:** 0

**E:** -1

**2 ΜΟΡΙΑ**

**B.3.** Για ποιες τιμές του  $a$  η συνάρτηση  $f(x) = \left(\frac{a-2}{a+2}\right)^x$  έχει νόημα στο  $\mathbb{R}$ .

- A.  $a > -2$
- B.  $a < 2$
- Γ.  $-2 < a < 2$
- Δ.  $a < -2$  ή  $a > 2$
- Ε.  $a \leq -2$  ή  $a \geq 2$

**2 ΜΟΡΙΑ**

**B.4.** Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα της Στήλης Α και δίπλα σε κάθε γράμμα τον αριθμό της Στήλης Β που είναι λύση της εξίσωσης της Στήλης Α.

Στήλη Α	Στήλη Β
A. $2^x = 32$	1. $x = 9$
B. $\left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{8}{27}$	2. $x = 10$
Γ. $\log_3 x = 2$	3. $x = 5$
Δ. $\log_x 0,001 = -3$	4. $x = -3$
	5. $x = \frac{1}{10}$

**4 ΜΟΡΙΑ**

## ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>

Δίνεται το πολυώνυμο  $P(x) = x^3 - (a+3)x^2 + (2\beta+1)x - 2a$ , όπου  $a$  και  $\beta$  είναι πραγματικοί αριθμοί.

α) Αν ο αριθμός 2 είναι ρίζα του πολυωνύμου  $P(x)$  και το υπόλοιπο της διαίρεσης του πολυωνύμου  $P(x)$  δια του  $x+1$  είναι  $-18$ , να βρεθούν τα  $a$  και  $\beta$ .

**10 ΜΟΡΙΑ**

β) Για  $a=2$  και  $\beta = \frac{7}{2}$

i) Να λυθεί η εξίσωση  $P(x) = 0$ .

**5 ΜΟΡΙΑ**

ii) Να γίνει η διαίρεση του πολυωνύμου  $P(x)$  δια του πολυωνύμου  $x^2+1$  και να γραφεί το  $P(x)$  με την ταυτότητα της ευκλείδειας διαίρεσης.

**5 ΜΟΡΙΑ**

iii) Να λυθεί η ανίσωση  $P(x) \geq 7x+1$ .

**5 ΜΟΡΙΑ**

**ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>**

**A.** Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \sin x$ .

**α)** Να λυθεί η εξίσωση  $f(2x) + 3f(x) + 2 = 0$

**6 ΜΟΡΙΑ**

**β)** Αν  $x = \frac{\pi}{3}$  να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$L = [1 + f(x) + f^2(x) + \dots + f^{10}(x)] 2^{10} - 38$$

**7 ΜΟΡΙΑ**

**B.** Δίνεται η συνάρτηση  $g(x) = (1 - 2a)^x$ ,  $x \in \mathbb{R}$

**α)** Για ποιες πραγματικές τιμές του  $a$  ορίζεται στο  $\mathbb{R}$  η συνάρτηση  $g$  και είναι γνησίως φθίνουσα στο πεδίο ορισμού της.

**6 ΜΟΡΙΑ**

**β)** Για  $a = -1$  να λυθεί η εξίσωση  $g(\eta\mu^2 x) + g(\sigma\upsilon\eta^2 x) = 2\sqrt{3}$ .

**6 ΜΟΡΙΑ****ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{2\ln x + 1}{2\ln x - 1}$ .

**α)** Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $f$  και το σημείο τομής της γραφικής της παράστασης με τον άξονα  $x'x$ .

**6 ΜΟΡΙΑ**

**β)** Να δείξετε ότι  $f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{f(x)}$  για κάθε  $x > 0$  και  $x \neq e^{\frac{1}{2}}$ ,  $x \neq e^{-\frac{1}{2}}$ .

**6 ΜΟΡΙΑ**

**γ)** Να λυθεί η εξίσωση  $f(x) + 2f\left(\frac{1}{x}\right) = 3$  για κάθε  $x > 0$  και  $x \neq e^{\frac{1}{2}}$ ,  $x \neq e^{-\frac{1}{2}}$ .

**7 ΜΟΡΙΑ**

**δ)** Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$A = \ln f(e^{1000}) + \ln f(e^{1001}) + \ln f(e^{1002}) + \ln f(e^{1003}) + \ln f(e^{1004})$$

**6 ΜΟΡΙΑ**