

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ  
**ΠΑΛΑΙΟ ΣΥΣΤΗΜΑ Δ' ΕΣΠΕΡΙΩΝ**

**ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ  
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ  
(ΟΜΑΔΑ Α')**  
**ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ ΕΙΔΙΚΟΤΗΤΑΣ  
ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ (ΟΜΑΔΑ Β')**  
**ΠΕΜΠΤΗ 19 ΜΑΪΟΥ 2016**  
**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι**  
**ΕΣΠΕΡΙΝΑ**

**ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΠΕΝΤΕ (5)**

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Έστω  $A \subseteq \mathbb{R}$  και  $x_0 \in A$ . Πότε η συνάρτηση  $f: A \rightarrow \mathbb{R}$  είναι συνεχής στο  $x_0$ .

**Μονάδες 6**

**A2.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

**α)** Η επικρατούσα τιμή μιας μεταβλητής είναι μοναδική.  
(Μον. 2)

**β)** Αν  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell$  τότε  $\lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = \ell$ .  
(Μον. 2)

**γ)** Αν οι συναρτήσεις  $f, g: A \rightarrow \mathbb{R}$  είναι συνεχείς στο σημείο  $x_0 \in A$ , τότε η συνάρτηση  $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$  είναι συνεχής στο  $x_0$  με  $g(x_0) \neq 0$ .  
(Μον. 2)

**δ)**  $(\sin x)' = -\eta\mu x$ .  
(Μον. 2)

**ε)**  $\int_{\alpha}^{\beta} \frac{1}{x} dx = \ln \beta - \ln \alpha$ ,  $\beta > \alpha > 0$ .  
(Μον. 2)

**Μονάδες 10**

**ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΑΠΟ 5 ΣΕΛΙΔΕΣ**

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ  
**ΠΑΛΑΙΟ ΣΥΣΤΗΜΑ Δ' ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ**

**A3.** Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας και να συμπληρώσετε τις ισότητες:

α) Αν  $f_1, f_2, \dots, f_k$  οι σχετικές συχνότητες  $k$  διαφορετικών τιμών μιας μεταβλητής τότε:

$$f_1 + f_2 + \dots + f_k = \dots$$

(Μον. 3)

β) Αν οι συναρτήσεις  $f, g: A \rightarrow \mathbb{R}$  είναι παραγωγίσιμες στο πεδίο ορισμού τους  $A$ , τότε η συνάρτηση  $\frac{f}{g}$  ( $g \neq 0$ ) είναι παραγωγίσιμη στο  $A$  και ισχύει:

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \dots, \quad \text{με } g(x) \neq 0.$$

(Μον. 3)

γ) Έστω συνάρτηση  $f$  συνεχής στο  $[\alpha, \beta]$  τότε:

$$\int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx + \int_{\beta}^{\alpha} f(x) dx = \dots$$

(Μον. 3)

**Μονάδες 9**

**ΘΕΜΑ Β**

Έστω η συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με τύπο:

$$f(x) = \begin{cases} e^x + 1, & x < 0 \\ \frac{x^2 - 4}{x - 2}, & 0 \leq x < 2 \\ \alpha - x, & x \geq 2 \end{cases}, \quad \alpha \in \mathbb{R}$$

ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ  
**ΠΑΛΑΙΟ ΣΥΣΤΗΜΑ Δ΄ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ**

**B1.** Να εξετάσετε αν η  $f$  είναι συνεχής στο  $x_0 = 0$ .

**Μονάδες 10**

**B2.** Για ποια τιμή της παραμέτρου  $a$  η  $f$  είναι συνεχής στο  $x_0 = 2$ .

**Μονάδες 10**

**B3.** Αν  $a=6$  να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα:

$$I = \int_2^3 f(x) dx .$$

**Μονάδες 5**

**ΘΕΜΑ Γ**

Στον παρακάτω πίνακα φαίνεται πόσες ώρες συνδέονται στο διαδίκτυο οι μαθητές ενός Εσπερινού ΕΠΑΛ κατά τη διάρκεια μιας ημέρας:

Ώρες $x_i$	Μαθητές $v_i$	Αθροιστική Συχνότητα $N_i$	Σχετική Συχνότητα $f_i$	Σχετική Συχνότητα $f_i \%$	$x_i v_i$
0	10				
1	15				
2	$v_3$				
3	5				
<b>Σύνολα</b>					

**Γ1.** Να υπολογιστεί η συχνότητα  $v_3$ , αν η διάμεσος των ωρών είναι  $\delta=1,5$ .

**Μονάδες 5**

**Γ2.** Για  $v_3=20$  να μεταφέρετε τον πίνακα στο τετράδιό σας και να τον συμπληρώσετε.

**Μονάδες 10**

ΑΡΧΗ 4ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ  
**ΠΑΛΑΙΟ ΣΥΣΤΗΜΑ Δ΄ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ**

**Γ3.** Για  $v_3=20$  να βρείτε τη μέση τιμή των ωρών σύνδεσης των μαθητών στο διαδίκτυο.

**Μονάδες 5**

**Γ4.** Για  $v_3=20$  να παρουσιάσετε σε μορφή ραβδογράμματος τα δεδομένα  $(x_i, v_i)$ .

**Μονάδες 5**

**ΘΕΜΑ Δ**

Το ύψος σε μέτρα ενός τηλεκατευθυνόμενου αεροπλάνου μετά από  $t$  sec πτήσης δίνεται από τη συνάρτηση:

$$h(t) = -3t^2 + 30t, \quad 0 \leq t \leq 10 .$$

**Δ1.** Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής του ύψους του αεροπλάνου οποιαδήποτε χρονική στιγμή.

**Μονάδες 5**

**Δ2.** Να βρεθεί το χρονικό διάστημα της ανόδου του αεροπλάνου από τη στιγμή της απογείωσής του μέχρι το μέγιστο ύψος καθώς και το χρονικό διάστημα της καθόδου από το μέγιστο ύψος μέχρι την προσγείωσή του.

**Μονάδες 10**

**Δ3.** Σε ποια χρονική στιγμή το αεροπλάνο βρίσκεται στο μέγιστο ύψος.

**Μονάδες 5**

**Δ4.** Να βρεθεί το μέγιστο ύψος στο οποίο έφτασε το αεροπλάνο.

**Μονάδες 5**

ΑΡΧΗ 5ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ  
**ΠΑΛΑΙΟ ΣΥΣΤΗΜΑ Δ΄ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ**

**ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ**

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε τα θέματα στο τετράδιο.**
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε** καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα, **μόνο με μπλε ή μαύρο στυλό ανεξίτηλης μελάνης.**
4. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Ώρα δυνατής αποχώρησης: **10.00 π.μ.**

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**  
**ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**