

**Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ & Α΄ ΤΑΞΗΣ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ**

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ  
 ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ  
 ΤΕΤΑΡΤΗ 20 ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2017

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:  
 ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Έστω  $t_1, t_2, \dots, t_n$  οι παρατηρήσεις μιας ποσοτικής μεταβλητής  $X$  ενός δείγματος μεγέθους  $n$  που έχουν μέση τιμή  $\bar{x}$ . Σχηματίζουμε τις διαφορές  $t_1 - \bar{x}, t_2 - \bar{x}, \dots, t_n - \bar{x}$ . Να αποδείξετε ότι ο αριθμητικός μέσος των διαφορών αυτών είναι ίσος με μηδέν.

**Μονάδες 7**

**A2.** Πότε μια συνάρτηση  $f$  με πεδίο ορισμού  $A$  λέγεται συνεχής.

**Μονάδες 4**

**A3.** Έστω μια συνάρτηση  $f$  με πεδίο ορισμού  $A$ . Πότε λέμε ότι η συνάρτηση  $f$  παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο  $x_0 \in A$ .

**Μονάδες 4**

**A4.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

**α)** Αν υπάρχει το  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$  και είναι ίσο με  $l \in \mathbb{R}$ , τότε

$$\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x))^v = l^v, \text{ όπου } v \text{ φυσικός αριθμός.}$$

**β)** Για κάθε  $x > 0$  ισχύει  $(\sqrt{x})' = \frac{1}{\sqrt{x}}$ .

**Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ & Λ΄ ΤΑΞΗΣ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ**

- γ) Σε μια κανονική ή περίπου κανονική κατανομή στο διάστημα  $(\bar{x} - s, \bar{x} + s)$  βρίσκεται το 95% περίπου των παρατηρήσεων, όπου  $\bar{x}$  η μέση τιμή και  $s$  η τυπική απόκλιση.
- δ) Μια συνάρτηση  $f$  λέγεται γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα  $\Delta$  του πεδίου ορισμού της, όταν για οποιαδήποτε σημεία  $x_1, x_2 \in \Delta$  με  $x_1 < x_2$  ισχύει  $f(x_1) > f(x_2)$ .
- ε) Η σχετική συχνότητα  $f_i$  της τιμής  $x_i$  δίνεται από τον τύπο  $f_i = \frac{v_i}{v}$ , όπου  $v_i$  η συχνότητα της τιμής  $x_i$  και  $v$  το μέγεθος του δείγματος.

**Μονάδες 10**

**ΘΕΜΑ Β**

Οι μέγιστες θερμοκρασίες σε 6 πόλεις μια ημέρα του χειμώνα είναι:

7, 8, 10, 5, 11, 7

**B1.** Για τις παρατηρήσεις αυτές, να υπολογίσετε:

- α. τη μέση τιμή  $\bar{x}$  (μον. 3)  
 β. τη διάμεσο  $\bar{d}$  (μον. 3)  
 γ. τη διακύμανση  $s^2$  (μον. 5)

**Μονάδες 11**

**B2.** Να αποδείξετε ότι το δείγμα των παραπάνω παρατηρήσεων δεν είναι ομοιογενές.

**Μονάδες 5**

**B3.** Να βρείτε τον μικρότερο θετικό αριθμό τον οποίο πρέπει να προσθέσουμε σε καθενιά από τις παραπάνω παρατηρήσεις, ώστε το δείγμα που θα προκύψει να είναι ομοιογενές.

**Μονάδες 9**

**Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ & Λ΄ ΤΑΞΗΣ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ**

**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με τύπο:

$$f(x) = x^3 - \kappa x + 2, \kappa \in \mathbb{R}.$$

**Γ1.** Να υπολογίσετε την τιμή του  $\kappa \in \mathbb{R}$  ώστε η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$  να τέμνει τον άξονα  $x'x$  στο σημείο με τετμημένη 1.

**Μονάδες 5**

**Γ2.** Για  $\kappa=3$  να βρείτε το  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x^2 - 1}$ .

**Μονάδες 10**

**Γ3.** Για  $\kappa=3$  να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $f$  στο σημείο  $M(2, f(2))$ .

**Μονάδες 10**

**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f$  με τύπο:

$$f(x) = \frac{x}{x^2 + 4} + \frac{3}{4}$$

**Δ1.** Να βρείτε το πεδίο ορισμού  $A$  της συνάρτησης  $f$ .

**Μονάδες 3**

**Δ2.** Να αποδείξετε ότι  $f'(x) = \frac{4 - x^2}{(x^2 + 4)^2}$ .

**Μονάδες 5**

**Δ3.** Να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία και να βρείτε τα τοπικά της ακρότατα.

**Μονάδες 8**

**Δ4.** Αν οι τιμές  $f(-1), f(1), f(0,25), f(-0,5), f(0)$  είναι παρατηρήσεις μιας μεταβλητής  $X$ , τότε να τις διατάξετε κατά αύξουσα σειρά (μον. 5) και να υπολογίσετε το εύρος τους ( $R$ ) (μον. 2) και τη διάμεσό τους ( $\delta$ ) (μον. 2).

**Μονάδες 9**

**ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ**

1. Στο τετράδιο να γράψετε **μόνον** τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε** καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα, **μόνον με μπλε ή μόνον με μαύρο στυλό ανεξίτηλης μελάνης**.
4. Κάθε τεκμηριωμένη απάντηση είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Ώρα δυνατής αποχώρησης: **17.00**

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

**ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**