

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**ΘΕΜΑ 1^ο**

Μια μεταβλητή παίρνει τις τιμές :

$$5, 3, 3\omega, 3, 2\omega, 3, 3\omega, \omega \quad \text{με } \omega > 0$$

α) Αν η μέση τιμή τους είναι $\bar{x} = 4$, να αποδείξετε ότι $\omega = 2$

Μονάδες 7

β) Για $\omega = 2$ να βρείτε :

i) το εύρος των τιμών.

ii) την επικρατούσα τιμή.

iii) την τυπική απόκλιση.

Μονάδες 5

Μονάδες 7

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 2^ο

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 6x + 7}{x - 1}, & \text{αν } x \neq 1 \\ \lambda - 2, & \text{αν } x = 1 \end{cases}$

όπου $\lambda \in \mathcal{R}$.

α) Να βρείτε το $f(0)$ και το $f(2)$.

Μονάδες 6

β) Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 6x - 7}{x - 1}$

Μονάδες 10

γ) Να βρείτε το λ , ώστε η συνάρτηση f να είναι συνεχής στο $x_0 = 1$.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 3^ο

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln x + x - 1$ με $x > 0$

α) Να βρείτε το $f(1)$.

Μονάδες 4

β) Να βρείτε την $f'(x)$ και την $f''(x)$.

Μονάδες 14

γ) Να δείξετε ότι η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα για κάθε $x > 0$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4^ο

Το ύψος (σε m) που βρίσκεται ένα τηλεκατευθυνόμενο μοντέλο αεροπλάνου, μετά από χρόνο πτήσης t (sec) δίνεται από την συνάρτηση:

$$f(t) = -3t^2 + 30t, \quad \text{όπου } 0 \leq t \leq 10$$

α) Σε ποιο ύψος βρίσκεται το αεροπλάνο τη χρονική στιγμή $t = 0$;

Μονάδες 5

β) Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής του ύψους του αεροπλάνου μετά από χρόνο t .

Μονάδες 7

γ) Να βρείτε το χρονικό διάστημα κατά το οποίο το αεροπλάνο ανεβαίνει, καθώς και το χρονικό διάστημα κατά το οποίο κατεβαίνει.

Μονάδες 7

δ) Να βρείτε την χρονική στιγμή t κατά την οποία το αεροπλάνο βρίσκεται στο μέγιστο ύψος, καθώς και το ύψος αυτό.

Μονάδες 6