ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Απόδειξη - Σελ. σχολ. βιβλίου 152

Α2. Σελ. σχολ. βιβλίου 142

Α3. Εκφράζει το ποσοστό των παρατηρήσεων x_i

Α4. α. Λ   β. Λ   γ. Σ   δ. Λ   ε. Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1.

$N(\Omega) = 4N(M) \Rightarrow N(\Omega)$ είναι πολλαπλάσιο του 4 άρα το μόνο N(Ω) = 68

Β2.

P(M) + P(K) + P(A) = 1

$$\frac{1}{4} + 4\lambda^2 - 5\lambda + \frac{7}{4} = 1 \Leftrightarrow$$

$$4\lambda^2 - 5\lambda + 2 = 1 \Leftrightarrow 4\lambda^2 - 5\lambda + 1 = 0$$

$$\Delta = 25 - 16 = 9$$

$$\lambda = \frac{5 \pm 3}{8} \begin{cases} 1, & \text{απορ. διότι } P(A) = 4 > 1 \\ \frac{1}{4} & \end{cases}$$

Β3.

$$P(M) = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{1}{4} = \frac{N(M)}{68} \Leftrightarrow N(M) = 17$$

$$P(A) = \frac{1}{4} \Leftrightarrow N(A) = 17$$

$$P(K) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{N(K)}{68} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow N(K) = 34$$

Β4.

$$P(K') = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1.

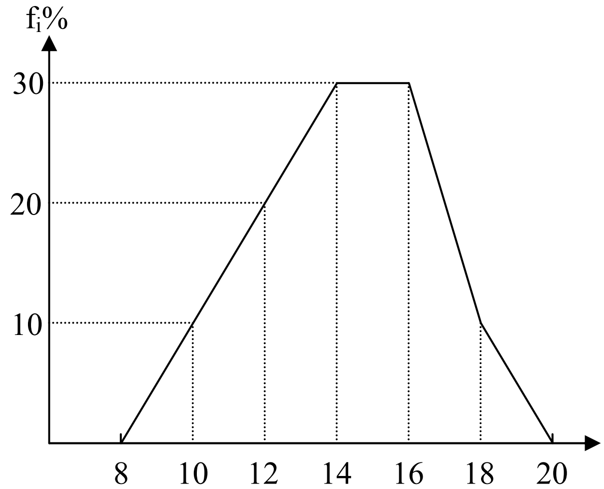
Εφόσον το ΔΕ είναι παράλληλο στον οριζόντιο άξονα τότε $y_\Delta = y_E = y$

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^{5} x_i f_i = 10 \cdot 0,1 + 12 \cdot 0,2 + 14y + 16y + 18 \cdot 0,1$$

$$14,2 = 5,2 + 30y \Leftrightarrow 30y = 9 \Leftrightarrow y = \frac{9}{30} \Leftrightarrow y = 0,3$$

Άρα $y_\Delta = y_E = 30\%$

Γ2.



Γ3.
Τα σημεία Α(8,0) και Η(20,0) αντιστοιχούν σε υποθετικές κλάσεις άρα δεν υπάρχουν στον πίνακα.
Οι τεταγμένες των σημείων Β, Γ, Δ, Ε, Ζ είναι τα κέντρα x_i των κλάσεων με $x_{i+1} - x_i = c$. Έστω α το κέντρο της πρώτης κλάσης και c το πλάτος των κλάσεων.
Η 1η κλάση θα είναι της μορφής [α, α + c) δηλαδή $\frac{\alpha + \alpha + c}{2} = 10 \Leftrightarrow 2\alpha + c = 20$

$$x_2 - x_1 = c \Leftrightarrow c = 2$$

$$2\alpha + 2 = 20 \Leftrightarrow \alpha = 9$$

[,)	X_i	$f_i\%$
9 – 11	10	10
11 – 13	12	20
13 – 15	14	30
15 – 17	16	30
17 – 19	18	10
		100

Γ4. $x \geq 15$ άρα 30% + 10% = 40%

Γ5. Το εμβαδόν του πολυγώνου συχνοτήτων με τον οριζόντιο άξονα είναι ίσο με το σύνολο ν του δείγματος άρα ν = 80 . Επομένως 0,4 · 80 = 32

ΘΕΜΑ Δ

$$A, B \subseteq \Omega$$

$$f(x) = e^{\frac{1}{3}x\left(x^2 - \frac{11}{10}x + \frac{2}{5}\right)} = e^{\frac{x^3}{3} - \frac{11}{30}x^2 + \frac{2}{15}x}$$

Δ1. $f'(x) = e^{\frac{1}{3}x\left(x^2 - \frac{11}{10}x + \frac{2}{5}\right)} \cdot \left(x^2 - \frac{11}{15}x + \frac{2}{15}\right)$

$$x^2 - \frac{11}{15}x + \frac{2}{15} = 0 \Leftrightarrow 15x^2 - 11x + 2 = 0$$

$$\Delta = 121 - 120 = 1$$

$$x = \frac{11 \pm 1}{30} = \left\langle \begin{array}{l} \frac{10}{30} = \frac{1}{3} \\ \frac{12}{30} = \frac{2}{5} \end{array} \right.$$

	$-\infty$	$1/3$	$2/5$	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$

Δ2.

$A \subseteq B \Rightarrow A \cap B = A$

$P(A) = \frac{1}{3}, \;\; P(B) = \frac{2}{5}$

$P(A \cap B) = \frac{1}{3} \qquad P(A - B) = 0$

$P(A \cup B) = \frac{1}{3} + \frac{2}{5} - \frac{1}{3} = \frac{2}{5}$

$P(B - A) = P(B) - P(A) = \frac{2}{5} - \frac{1}{3} = \frac{1}{15}$

Δ3.

(α) $e^{\frac{1}{5}x\left(\frac{3x^2}{2} - x - \frac{1}{3}\right)} = e^{\frac{1}{3}x\left(x^2 - \frac{11}{10}x + \frac{2}{5}\right)}$

$\Leftrightarrow x = 0$ ή

$3\left(\frac{3x^2}{2} - x - \frac{1}{3}\right) = 5\left(x^2 - \frac{11}{10}x + \frac{2}{5}\right)$

$\frac{9x^2}{2} - 3x - 1 = 5x^2 - \frac{11}{2}x + 2$

$9x^2 - 6x - 2 = 10x^2 - 11x + 4$

$x^2 - 5x + 6 = 0 \left\langle \begin{array}{l} 2 \\ 3 \end{array} \right.$

(β) $x_1 = 0 \Rightarrow \nu_1 = 1$

$x_2 = 2 \Rightarrow \nu_2 = 5$

$x_3 = 3 \Rightarrow \nu_3 = 7$

$\bar{x} = \frac{1 \cdot 0 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot 7}{13} = \frac{31}{13}$